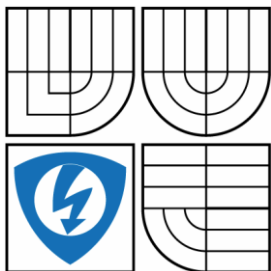


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ

ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

VÝPOČET NEJISTOT METODOU MONTE CARLO

UNCERTAINTY CALCULATION BY THE MONTE CARLO METHOD

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

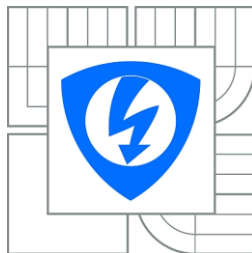
VALENTIN KÓSA

VEDOUcí PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. MARIE HAVLÍKOVÁ, Ph.D.

BRNO 2013



**VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií**

Ústav automatizace a měřicí techniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Automatizační a měřicí technika

Student: Valentin Kósa

ID:

136544

Ročník: 3

Akademický rok:

2012/2013

NÁZEV TÉMATU:

Výpočet nejistot metodou Monte Carlo

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Popište obecné postupy při vyhodnocování standardních nejistot u přímých a nepřímých měření, možné zdroje nejistot při měření a způsoby zápisu výsledku měření.
2. Prostudujte metodu Monte Carlo a navrhnete metodické postupy vyhodnocování standardních nejistot přímých a nepřímých měření výkonu stejnosměrného proudu.
3. Realizujte přímé a nepřímé měření výkonu stejnosměrného proudu přístroji, které určí vedoucí práce.
4. Vypočítejte nejistoty těchto měření metodikou GUM a metodou Monte Carlo.
5. Zhodnoťte a diskutujte dosažené výsledky.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM), 1995

PALENČÁR, R. - VDOLEČEK, F. - HALAJ, M.: Nejistoty v měření I až V, soubor článků v časopise

AUTOMA, č. 7-8/2001, č. 10/2001, č. 12/2001, č. 4/2002 a č. 5/2002

Termín zadání: 11.2.2013

Termín odevzdání: 27.5.2013

Vedoucí práce: Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

Konzultanti bakalářské práce:

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.

Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Abstrakt

Táto bakalárská práca sa zaoberá s nepresnosťami meraní. Popisuje rôzne typy nejistôt, spôsoby ich určenia a spôsoby zápisu. Ďalej seznamuje čitateľa s metódou Monte Carlo a popisuje jej spôsob aplikácie. Ďalej aplikuje obe popísané metódy: výpočet presnosti meraní pomocou nejistôt – metóda GUM a výpočet presnosti meraní pomocou metódy Monte Carlo. Metódy sú aplikované pri meraní výkonu stejnosmerného prúdu na odporovú záťaž s rôznymi meracími prístrojmi.

Klíčová slova

Nejistota, meranie, metóda Monte Carlo, výkon,

Abstract

This bachelor's diploma thesis deals with the measurement inaccuracies. Various types of uncertainty, methods, their specifications and ways of their recording are described. Next, Monte Carlo method and its application are introduced to the reader. Next, both methods described are applied: calculation of accuracy using uncertainty – GUM method and calculation of accuracy using Monte Carlo method. The methods are applied in measurements of DC current at resistive load with different meters.

Keywords

Uncertainty, measurement, Monte Carlo method, power

Bibliografická citace:

KÓSA, V. *Výpočet nejistot metodou Monte Carlo*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2013. 73 s. Vedoucí bakalářské práce byl Ing. Marie Havlíková, Ph. D.

Prohlášení

„Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Výpočet nejistot metodou Monte Carlo jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího semestrální práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: **23. května 2013**

.....
podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Marie Havlíkové Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne: **23. května 2013**

.....
podpis autora

OBSAH

1	Úvod.....	10
2	Nejistoty měření [1][2][3][4][5][6][7][8]	11
2.1	Nejistoty přímých měření.....	11
2.1.1	Standardní nejistota typu A - u_A	12
2.1.2	Standardní nejistota typu B - u_B	15
2.1.3	Standardní kombinovaná nejistota - u_C	17
2.1.4	Rozšířená (celková) standardní nejistota – U	18
2.2	Nejistoty nepřímých měření	19
2.3	Kovariance	20
2.3.1	Stanovení kovariance metodou typu A	20
2.3.2	Stanovení kovariance metodou typu B	21
2.4	Zásady pro uvádění nejistoty měření	22
3	Metoda Monte Carlo [9][10][11]	25
3.1	Neanalogový model	25
3.2	Analogový model	25
3.3	Generátor náhodných čísel	26
3.3.1	Pravý generátor náhodných čísel	26
3.3.2	Pseudonáhodné čísla	27
3.4	Postup při řešení problému metodou Monte Carlo	27
3.5	Přesnost	27
4	Měření výkonu [12]	28
4.1	Přímé měření výkonu	28
4.2	Nepřímé měření výkonu.....	30
4.3	Chyby přístrojů.....	32
4.3.1	Chyby digitálních přístrojů	32
4.3.2	Chyby analogových přístrojů.....	34
5	Výpočet nejistoty měření výkonu - metoda GUM [13]	35
5.1	Přímé měření výkonu	35
5.2	Nepřímé měření výkonu.....	37
5.2.1	Analogové multimetry	37
5.2.2	Digitální multimetry	42

5.3	Porovnávání výsledků	51
6	Výpočet nejistot měření výkonu metoda Monte Carlo	54
6.1	Simulace přímého měření výkonu	54
6.2	Simulace nepřímého měření výkonu.....	55
6.2.1	Analogové přístroje.....	56
6.2.2	Digitální přístroje	58
6.3	Vyhodnocení výsledků.....	63
7	Porovnání dosažených výsledků	65
8	Závěr	68
9	Literatura.....	70
10	Použité symboly a zkratky	71
11	Seznam příloh	73

1 ÚVOD

V souvislosti s měření se stále vyjadřovala i přesnost měření. V současné době při vyhodnocování měření se používá termín „chyba měření“ (odchylky). Postupně od devadesátých let dvacátého století se začala prosazovat pojem „nejistota měření“. Pojem „nejistota měření“ se již usadila v oblasti kalibrace a vrcholové metrologie ale do běžné každodenní praxe se začínají postupně prosazovat jenom v současnosti a velmi těžce.

V osmdesátých letech Mezinárodní výbor pro váhy a míry (*Comité International des Poids et Mesures* – CIPM) přijal novou koncepci nejistot měření jako náhradu koncepce chyby měření. Dále bylo přijetí navazující doporučení a národní předpisy s cílem jednotné vyjadřování nejistot měření. V roce 1993 byl vydán mezinárodními metrologickými orgány směrnice pod názvem *Guide to Expression of the Uncertainty of Measurement* (GUM).

Nejistoty měření lze určit i jiným způsobem než metodou, která je popsána ve směrnici GUM.

Metoda Monte Carlo je numerická výpočetní metoda. Matematická východiska metody spočívají v teorii pravděpodobnosti a matematické statistice. Metoda má dva základní charakteristické rysy. Je numerickou metodou řešení matematických a jiných problémů a úloh s využitím modelování náhodných veličin. Druhý rys je, že její vznik a efektivní uplatnění úzce souvisí s rozvojem výpočetní techniky.

Byla formulována již v 40. letech 20. století. První využití měla v době druhé světové války, kdy Stanislaw Marcin Ulam a John von Neumann zkoumali chování neutronů při přechode různých materiály. Inspirovali se kolem rulety – odtud je název Monte Carlo. Úkolem metody je simulace fyzikálního systému dle známých parametrů a předpokladů. Jde o náhodné metody používající náhodné čísla. Je to třída algoritmů, které je vytvořený dle systému který jí modeluje.

Metodu lze použít pro určení střední hodnotu veličiny, která je výsledkem náhodného děje. Vytvoříme model a po proběhnutí dostatečného množství simulací se mohou data zpracovat – vypočítat střední hodnotu, průměr, směrodatní odchylku.

Cílem mé semestrální práce je obeznámit se s nejistotami měření, jejich typů a tvar zápisů. Nastudovat metodu Monte Carlo a její využití a možnosti využití. Aplikovat tuto metodu při vyhodnocování nejistot přímých a nepřímých měření výkonu stejnosměrného proudu.

2 NEJISTOTY MĚŘENÍ [1][2][3][4][5][6][7][8]

V současné době se používá při vyhodnocování měření kromě termínu „chyba měření“ při přesných měřeních a v metrologii termín „nejistota měření“. V roce 1993 vydaly organizace ISO, IEC, OIML a BIPM 1. vydání Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM).

Nejistota měření (výsledku měření) je takový nezáporný parametr přidružený k výsledku měření, který charakterizuje rozptyl hodnot, které mohou být důvodně přisuzovány k měřené veličině na základě určité použité informace. Často se používá zkrácený název *nejistota*.

Nejistota se udává nejen u výsledku měření, ale i u parametrů měřidel, u hodnot použitých konstant, atd. Uvádějí se při ověřování přístrojů a při jejich kalibraci.

Definice má tři klíčové slova:

1. **přidružený k výsledku měření**, tedy nejistota je parametrem, který nemá sám o sobě velký význam, je intervalem kolem výsledku měření,
2. **rozptyl hodnot**, čímž se nejistotě dává statická podoba,
3. **důvodné přisouzení**, které dává povinnost určit a zdůvodnit zdroje nejistot a jejich příspěvky k výsledné hodnotě.

Nejistota měření:

- má statistický význam směrodatné odchylky,
- je složena z jednotlivých komponentů – z dílčích nejistot (složek),

Stanovení nejistot je ovlivněno tím, zda se vyhodnocuje:

- přímé měření jedné veličiny,
- nepřímé měření jedné veličiny,
- nepřímé měření více veličin.

2.1 Nejistoty přímých měření

Ke stanovení velikosti nejistot jsou principiálně k dispozici tyto dvě metody:

statistické zpracování naměřených údajů – metoda typu A,

jiné způsoby než statistické zpracování naměřených údajů – metoda typu B.

Základem určování nejistot je statistický přístup k vyhodnocení. Předpokládá se určité (např. normální) rozdělení pravděpodobnosti, které udává, jak se může měřená hodnota odchýlovat od skutečné (konvenční) hodnoty, popř. je uvedena pravděpodobnost,

s jakou se skutečná hodnota může nacházet v intervalu dané nejistotou. Mírou nejistoty je **směrodatná odchylka**.

Nejistoty typu A (značené u_A) jsou získané metodou A. Jsou způsobeny většinou náhodnými chybami, a určí se statickou analýzou naměřených hodnot získaných za přesně definovaných podmínek měření. Zde se uplatňuje přístup matematicko-statistický.

Nejistoty typu B (značené u_B) získané metodou B, jsou způsobeny známými nebo odhadnutelnými příčinami. Stanoví se postupy, které nejsou přímo definovány ve standardu. U složitějších zařízení při požadování zvýšené přesnosti je nutné provést podrobný rozbor vzniku chyb a z nich stanovit nejistotu způsobem B. Nejistoty hodnocených způsobem B může být více a **výsledná standardní nejistota u_B** je dána jejich geometrickým součtem.

Součtem čtverců standardní nejistoty typu A a výslednou standardní nejistotou typu B se získá tzv. **kombinovaná standardní nejistota** (označení u_C).

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (2.1)$$

kde u_A – standardní nejistota typu A
 u_B – standardní nejistota typu B
 u_c – kombinovaná standardní nejistota

Zdroje nejistot lze označit veškeré jevy, které mohou ovlivnit stanovení výsledku měření a tím vzdalují naměřenou hodnotu od hodnoty skutečné.

Zdroje lze rozdělit do dvou základních skupin:

- které je možno popsat pouze na základě jejich celkového působení za pomoci opakovaných měření – **zdroje typu A** (určené metodou typu A). Výsledkem je standardní nejistota typu A.
- zdroje typu B (určené metodou typu B), jejichž standardní nejistotu:
 - nelze určit metodou typu A
 - lze identifikovat (vyhledat kvalifikovaným rozbořem)

Výsledkem je standardní nejistota typu B.

2.1.1 Standardní nejistota typu A - u_A

Nejistota typu A je určena metodou typu A. Tuto metodu je možné použít pouze v případě, že máme k dispozici (jsme schopné provést) opakování měření. Je třeba zdůraznit, že při opakovaných měření máme za to, že se měřená veličina v průběhu opakování nemění. Pokud to nelze zaručit, nemá smysl nejistotu A určovat. Tato

nejistota se získá statistickým vyhodnocováním série opakovaných měření. Je-li n nezávislých pozorování provedeno za stejných podmínek, je odhad výsledné hodnoty prezentován hodnotou výběrového aritmetického průměru \bar{x} :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.2)$$

kde x_i - hodnota i -tého vzorku měření

n - počet pozorování

\bar{x} - výběrový aritmetický průměr

Základem vyhodnocování nejistot typu A je rozptyl σ^2 :

$$\sigma^2(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.3)$$

kde x_i - hodnota i -tého vzorku měření

n - počet pozorování

\bar{x} - výběrový aritmetický průměr

σ^2 - rozptyl

a jeho odmocnina – směrodatná odchylka:

$$\sigma(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.4)$$

kde x_i - hodnota i -tého vzorku měření

n - počet pozorování

\bar{x} - výběrový aritmetický průměr

σ - směrodatná odchylka

odhad rozptylu náhodného výběru je výběrový rozptyl s^2 :

$$s^2(x_i) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.5)$$

kde x_i - hodnota i -tého vzorku měření

n - počet pozorování

\bar{x} - výběrový aritmetický průměr

s^2 - výběrový rozptyl

výběrová směrodatná odchylka náhodného výběru (z opakovaných naměřených hodnot):

$$s(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.6)$$

kde x_i - hodnota i -tého vzorku měření

n - počet pozorování

\bar{x} - výběrový aritmetický průměr

$s(x_i)$ - výběrová směrodatná odchylka náhodného výběru

výběrová směrodatná odchylka výběrových průměrů = **standardní nejistota typu A** - u_A

$$u_A = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{s^2(x_i)}{n}} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.7)$$

kde $s(\bar{x})$ - výběrová směrodatná odchylka výběrových průměrů

u_A - standardní nejistota typu A

Z výše uvedených vztahů je jasné, že u_A tím menší, čím:

- bude menší rozptýlení opakovaných naměřených hodnot $s^2(x_i)$,
- bude více opakovaných měření n (při stálosti velikosti s).

Je-li počet opakování $n < 10$, tak není dostatečně spolehlivý odhad rozptylu a v tom případě se výběrová směrodatná odchylka výběrových průměrů $s(\bar{x})$ násobí koeficientem k_S - bezpečnostní faktor, který závisí na počtu měření.

$$u_A = k_S \cdot s(\bar{x}) \quad (2.8)$$

kde u_A - standardní nejistota typu A

k_S - bezpečnostní faktor

$s(\bar{x})$ - výběrová směrodatná odchylka výběrových průměrů

Tab. č. 2-1 Bezpečnostní faktor pro určení u_A v případě $n < 10$

počet měření n	2	3	4	5	6	7	8	9	10 a více
bez. faktor k_S	7	2,3	1,7	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1

2.1.2 Standardní nejistota typu B - u_B

Nejistota typu B je určena metodou typu B. Analýza série naměřených hodnot vychází z racionálních úsudků a využívá všech dostupných informací o měřicím řetězci, metodě i ostatních vlivech, které výsledky měření mohou ovlivnit. Nejistoty typu B jsou způsobeny nedokonalostmi:

- měřicích prostředků (etanoly, použité přístroje a jejich příslušenství - nejistoty kalibrací, stabilita měřicích přístrojů, dynamické chyby přístrojů, atd.)
- použitých metod měření (a jejich vedlejších vlivů, interakce s měřeným objektem, vlivy tepla, atd.)
- nestálost místních podmínek při měření a jejich případných změn (působení elektrického a magnetického pole, relativní vlhkost, tlak, teplota okolí, apod.)
- vlivy operátora
- nedokonalost vztahů, konstant, které jsou použity při vyhodnocování.

Základem určování nejistot způsobem B je zjišťování dílčích nejistot u_{ZJ} od dílčích zdrojů Z_J .

Standardní nejistota každého zdroje se určí z údajů v certifikátech, technické dokumentaci, tabulkách, normách, atd., nebo odhadem.

Doporučovaný postup při odhadování u_{ZJ} :

- odhadne se maximální rozsah změn (odchylek) $\pm z_{j \max}$ od jmenovité hodnoty veličiny příslušející zdroji Z_J - výpočet $z_{j \max}$ jsou blíže popsány v kapitole 4.3
- posoudí se průběh pravděpodobnosti této změny (odchylky) v intervalu a najde se nejvhodnější aproximace
- dílčí standardní nejistoty stanovené způsobem B se určí z maximální změny daného zdroje $\pm z_{j \max}$

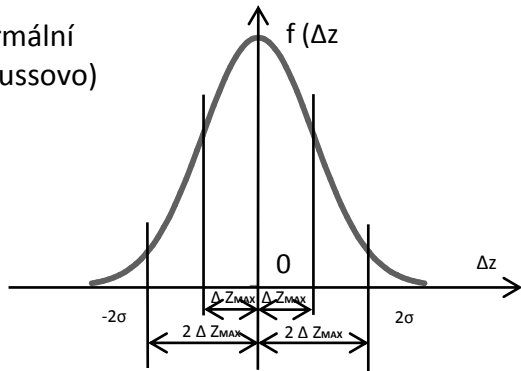
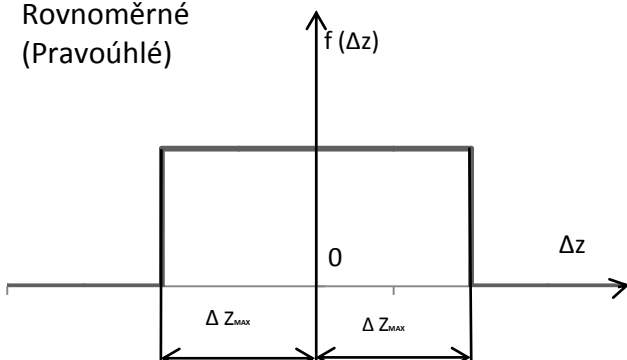
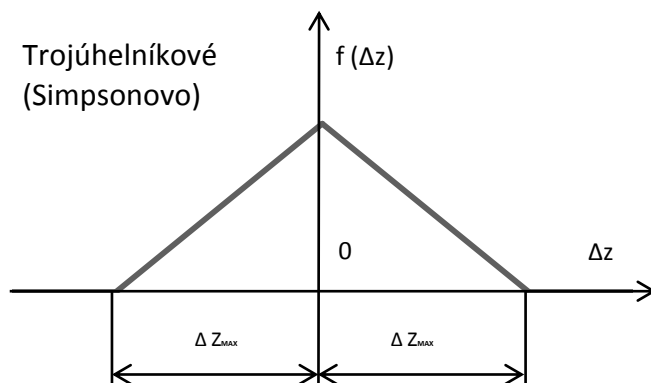
$$u_{BZJ} = \pm \frac{z_{J\text{MAX}}}{\chi} \quad (2.9)$$

kde χ – koeficient odpovídající zvolené aproximaci rozdělení
pravděpodobnosti

$\pm z_{j \max}$ – maximální změny daného zdroje

u_{BZJ} – dílčí standardní nejistoty stanovené způsobem B

Tab. č. 2-2 Koeficient χ pro různé aproximace rozdělení pravděpodobnosti

Statistické rozdělení	Koeficient χ
<p>Normální (Gaussovo)</p> 	<p>2</p> <p>(P = 95 %)</p>
<p>Rovnoměrné (Pravoúhlé)</p> 	<p>$\sqrt{3} \approx 1,73$</p> <p>(P = 100 %)</p>
<p>Trojúhelníkové (Simpsonovo)</p> 	<p>$\sqrt{6} \approx 2,45$</p> <p>(P = 100 %)</p>

Normální (Gaussovo)

- základní rozdělení, pomocí k němu se vztahují všechna ostatní rozdělení,
- tam, kde je velká pravděpodobnost malých odchylek od zdroje nejistoty,
- tam, kde rozdělení není ohraničeno,
- pro zdroje, které se mohou pohybovat v širokém rozsahu hodnot

Rovnoměrné (Pravoúhlé)

- tam, kde je stejná pravděpodobnost malých velkých odchylek od zdroje nejistoty,
- tam, kde je rozdělení ohraničeno

Trojúhelníkové (Simpsonovo)

- tam, kde je velká pravděpodobnost malých odchylek a zanedbatelná pravděpodobnost blízka mezím zdroje nejistoty (pravděpodobnost směrem k vyšším odchylkám lineárně klesá k mezím)
- tam, kde je rozdělení ohraničeno
- v případech, kdy se rozdělení chová přibližně normálně, ale je ohraničeno.

Existují ještě další rozdělení: Trojúhelníkové (Bimodální), Lichoběžníkové,

U – rozdělení, Bimodální (Diracovo), Kvadratické, Kosinové, atd.

Výsledná nejistota typu B se určí:

$$u_B = \sqrt{\sum_{j=1}^p A_j^2 u_{Bzj}^2} \quad (2.10)$$

kde p – počet zdrojů nejistot

A_j – je součinitel citlivosti zdrojů

u_{Bzj} – dílčí standardní nejistoty stanovené způsobem B

u_B – výsledná nejistota typu B

Příklady standardních nejistot typu B:

- nejistota kalibrace
- nejistota z rozlišitelnosti měřidla
- nejistota způsobená teplotní roztažností
- nejistota plynoucí ze zdrojů, které nelze jednoduše fyzikálně popsat

2.1.3 Standardní kombinovaná nejistota - u_C

V praxi je obvykle třeba společně jediným číslem vyjádřit nejistoty typu A (u_A) a nejistotu typu B (u_B). K tomu se používá celková nejistota, obvykle nazývaná kombinovaná nejistota a označovaná u_C .

Kombinovaná nejistota se stanoví na základě odhadu nejistot A a typu B podle vztahu:

$$u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{u_A^2 + \sum_{j=1}^p A_j^2 u_{Bzj}^2} \quad (2.11)$$

kde u_A – standardní nejistota typu A
 u_B – výsledná nejistota typu B
 A_j – je součinitel citlivosti zdrojů
 u_{BZj} – dílčí standardní nejistoty stanovené způsobem B
 p – počet zdrojů nejistot
 u_C – kombinovaná nejistota

Význam vzorce (2.11) spočívá především v uvědomení si spojení dvou cest stanovení standardních nejistot a též v porovnávání jejich velikosti. Lze vyslovit závěr:

1. pokud u_A výrazně (řádově) vyšší než u_B lze předpokládat, že v systému měření převažují náhodné vlivy a měli bychom se v rámci opatření ke zlepšení na tyto vlivy zaměřit,
2. pokud je u_B výrazně (řádově) vyšší než u_A lze předpokládat, že je buď nevhodně navržen systém měření (rozlišitelnost není schopna popsat variabilitu) nebo jsou v systému dominantní zdroje typu B (vymežitelné a popsitelné). Tato okolnost opět dává návod k zlepšení systému měření.

Číselně kombinovaná nejistota je rovná směrodatné odchylce variability zkoumaného systému měření.

2.1.4 Rozšířená (celková) standardní nejistota – U

Výsledek měření ve tvaru $y \pm u_C$ definuje skutečnou hodnotu měřené veličiny s poměrně malou pravděpodobností, přibližně 65 %. Tato pravděpodobnost je většinou nedostatečná. Proto je snaha stanovit interval, ve kterém se hodnota nachází s pravděpodobností blíží se 100%. Do praxe, se tudíž zavádí tzv. *rozšířená nejistota* U . Pod pojmem rozšíření je třeba chápat násobení kombinované nejistoty konstantou (koeficientem rozšíření) tak, aby bylo stanoveno dohodnuté pravděpodobnostní pásmo. Základní vztah pro rozšířenou nejistotu měření zní:

$$U = k * u_C \quad (2.12)$$

kde k – koeficient rozšíření
 U - rozšířená nejistota
 u_C – kombinovaná nejistota

Hodnota k závisí na typu rozdělení pravděpodobnosti výsledku měření. V praxi se používají různé hodnoty koeficientů rozšíření podle typu rozdělení a požadované hodnoty pravděpodobnosti.

Tab. č. 2-3 Hodnota koeficientu rozšíření pro různé pravděpodobnosti

koeficient rozšíření k	1	2	2,58	3
pravděpodobnost P [%]	68	95	99	99,7

V případě normálního rozdělení výsledků měření odpovídá pravděpodobnost 95 % hodnota $k = 2$.

2.2 Nejistoty nepřímých měření

Nepřímá měření jsou taková, kde výsledek stanovujeme výpočtem z dílčích přímých měření.

Veličina Y , která je předmětem zájmu (výstupní veličina), známou funkcí f veličin X_1, X_2, \dots, X_m .

Veličiny X_1, X_2, \dots, X_m (vstupní veličiny) jsou takové, které lze přímo změřit nebo jejichž odhady, nejistoty a kovariance známe z jiných zdrojů. Tedy

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m)$$

kde Y – výstupní veličina, funkce vstupních veličin X_1, X_2, \dots, X_m

Odhad y výstupní veličiny Y se určí ze vztahu

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

kde y – je odhad výstupné veličiny, je funkcí odhadem vstupných veličin

$$x_1, x_2, \dots, x_m$$

Nejistota odhadu y veličiny Y pro případ, že odhady x_1, x_2, \dots, x_m jsou *nekorelované*, se určí podle vztahu:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i) \quad (2.13)$$

kde $u(y)$ – nejistota odhadu výstupné veličiny

$u(x)$ - nejistota odhadu vstupné veličiny

A_i – koeficienty citlivosti

přičemž pro koeficienty citlivosti A_i platí

$$A_i = \frac{\partial f(X_1, X_2, \dots, X_m)}{\partial X_i} \quad (2.14)$$

V případě, že odhady x_1, x_2, \dots, x_m jsou *korelované*, je třeba uvažovat také kovariance mezi jednotlivými odhady, které tvoří další složky výsledné nejistoty. Pro korelované vstupní veličiny se potom nejistota výstupní veličiny určí ze vztahu:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=2}^m \sum_{j<i}^{m-1} A_i A_j u(x_i, x_j) \quad (2.15)$$

kde $u(y)$ – nejistota odhadu výstupné veličiny

$u(x)$ – nejistota odhadu vstupné veličiny

A_i – koeficienty citlivosti

$u(x_i, x_j)$ – je kovariance mezi navzájem korelovanými odhady x_i a x_j ,

což mohou být jak dvě vzájemně závislé různé veličiny, tak i dvě

hodnoty téže veličiny, mezi nimiž existuje jistá korelační vazba.

2.3 Kovariance

Kovariance mezi odhady vlivů jednotlivých zdrojů určují, jak jsou tyto odhady vzájemně ovlivněny společnými zdroji nejistot. Navzájem závislé zdroje nejistot přispívají k výsledné nejistotě více nebo méně podle toho, jak se příslušné nejistoty slučují. Kovariance mohou výslednou nejistotu zvětšit i zmenšit. Závisí to především na jejich charakteru (zda zdroje působí souhlasně či protichůdně na dva uvažované odhady) a také na tvaru funkce, kterou jsou vázaný na výstupní veličinu. Kovariance mezi vstupními veličinami X_i a X_j se určí buď metodou typu A nebo metodou typu B.

2.3.1 Stanovení kovariance metodou typu A

Je založená na statistickém zpracování naměřených údajů. Stanovení kovariancí mezi dvěma odhady x_i a x_j dvou vstupních veličin (zdrojů nejistot) X_i a X_j metodou typu A používá tehdy, je-li k dispozici n naměřených hodnot obou veličin. Odhady jsou představovány aritmetickými průměry

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik} \quad (2.16)$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{jk} \quad (2.17)$$

kde x_i, x_j – odhady dvou vstupních veličin (zdrojů nejistot)

n – počet naměřených hodnot

\bar{x}_i, \bar{x}_j – aritmetický průměr odhadů

a kovariance určená metodou typu A se vypočítá podle vztahu

$$u_A(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j) \quad (2.18)$$

kde $u_A(x_i, x_j)$ – kovariance typu A mezi odhady vstupu x_i, x_j
 n – počet naměřených hodnot
 x_i, x_j – odhady dvou vstupních veličin (zdrojů nejistot)

2.3.2 Stanovení kovariance metodou typu B

Kovariance lze určit:

- čtením z certifikátů přístrojů, literatury atd..
- výpočtem.

Určování pomocí výpočtem se skládá z těchto pěti kroků:

1. Vytipují se zdroje závislosti (korelací)
2. Pro každý zdroj každé dvojice odhadů se odhadne korelační koeficient $r(x_i, x_j)$, vyjadřující míru závislosti mezi odhady. Obecně nabývá hodnoty od -1 do +1. Hodnoty blízké nule odpovídají slabé závislosti, hodnoty blízké ± 1 – silná závislost. Příslušná hodnota kovariance se určí ze vztahu

$$u_B(x_i, x_j) = r(x_i, x_j) u_B(x_i) u_B(x_j) \quad (2.19)$$

kde $u_B(x_i, x_j)$ – kovariance typu B mezi odhady vstupu x_i, x_j
 $r(x_i, x_j)$ – korelační koeficient
 $u_B(x_i), u_B(x_j)$ – nejistota odhadu

3. V případě, že dvě vstupní veličiny X_1, X_2 s odhady x_1 a x_2 jsou funkcemi *nezávislých* veličin Z_1, Z_2, \dots, Z_m , lze vyjádřit vztahy

$$X_1 = g_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m)$$

$$X_2 = g_2(Z_1, Z_2, \dots, Z_m)$$

určí se kovariance mezi odhady x_1 a x_2 ze vztahu

$$u_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i) \quad (2.20)$$

kde $u_B(x_1, x_2)$ – kovariance typu B mezi odhady vstupu x_1, x_2

A_{1i}, A_{2i} – koeficienty citlivosti pro funkce g_1, g_2 .

$u_B(z_i)$ – nejistota odhadu nezávislé veličiny z_i

m – počet nezávislých veličin

4. V případě, že dvě vstupní veličiny X_1, X_2 s odhady x_1, x_2 jsou funkcemi závislých veličin Z_1, Z_2, \dots, Z_m , určí se kovariance mezi odhady x_1, x_2 ze vztahu

$$\begin{aligned} u_B(x_1, x_2) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j) = \\ &= \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j) \end{aligned} \quad (2.21)$$

kde $u_B(x_1, x_2)$ – kovariance typu B mezi odhady vstupu x_1, x_2

A_{1i}, A_{2j} – koeficienty citlivosti pro funkce g_1, g_2

$u_B(z_i, z_j)$ – odhad nejistot mezi dvěma nezávislým veličinám

$u_B(z_i)$ – nejistota odhadu nezávislé veličiny z_i

5. Jestliže nelze určit korelační koeficient ani se vyhnout korelacím sestavením vhodného modelu, doporučuje se určit maximální vliv korelace na výslednou nejistotu prostřednictvím horní hranice odhadu standardní nejistoty měřené veličiny. To znamená, že není-li k dispozici dostatek informací pro přesné ohodnocení kovariancí, a tím i výsledné nejistoty, je možné uvádět horní hranici nejistoty.

2.4 Zásady pro uvádění nejistoty měření

Výsledek měření se skládá:

- parametru polohy,
- parametru rozptýlení,
- údaji o pravděpodobnosti příslušné parametru rozptýlení.

Pro uvádění úplného výsledku měření platí zásady:

- Nejistota měření je neoddělitelnou součástí zpracování naměřených hodnot.
- Nejistota měření je neoddělitelnou součástí výsledku měření.
- Musí být zřejmé, zda se u výsledku měření jedná o nejistotu kombinovanou u_C nebo rozšířenou U .
- Pokud je výsledek uveden s rozšířenou nejistotou, musí být uveden i koeficient rozšíření k (případe příslušná pravděpodobnost)
- Udávání absolutních a relativních nejistot je rovnocenné, závisí na okolnostech, měřené veličiny a dalšímu využití výsledku měření.

- Nejistota měření se zaokrouhluje na 2 platné číslice. Preferuje se zaokrouhlení nahoru. Na vyšší počet platných číslic se zaokrouhluje v případě, že se její hodnota bude dále zpracovávat.

V současné se uvádí již výhradně nejistota rozšířená U .

V praxi to znamená, že se výsledek měření skládá z odhadu parametru polohy y (korigovaná střední hodnota) a rozšířené nejistoty U . Při uvádění výsledku měření s použitím rozšířené nejistoty $U = k \cdot u_C$ je třeba:

- uvést podrobnou definici měřené veličiny Y ,
- uvést výsledek měření v podobě $Y = y \pm U$, uvést i jednotky,
- pokud je to vhodné, uvést relativní rozšířenou nejistotu $U/|y|$, $|y| \neq 0$;
- uvést hodnotu koeficientu rozšíření k použité při výpočtu U ;

Kromě běžného zápisu výsledku měření v podobě aritmetického průměru s nejistotou jako tolerančním pásmem je doporučován zápis postupu určení výsledné nejistoty měření do tzv. *bilanční tabulky*, přičemž platí

$$u_q(y) = A_q u_q(x); \quad (2.22)$$

kde A_q – koeficient citlivosti

$u_q(x)$ – standardní nejistota

$u_q(y)$ – příspěvek ke standardní nejistotě

$$u(y) = \sqrt{\sum_{q=1}^m u_q^2(y)} \quad (2.23)$$

kde $u_q(y)$ – příspěvek ke standardní nejistotě

$u(y)$ – nejistota

m – počet veličin

Tab. č. 2-4 Obecná podoba bilanční tabulky

Veličina $X_q : Y$	Odhad $X_q : y$	Standardní nejistota $u_q(x)$	Typ rozdělení	Koeficient citlivosti A_q	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_q(y)$; nejistota $u(y)$
X_1	x_1	$u_1(x)$	podle situace	A_1	$u_1(y)$
X_2	x_2	$u_2(x)$		A_2	$u_2(y)$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
X_q	x_q	$u_q(x)$		A_q	$u_q(y)$
\vdots	\vdots	\vdots		\vdots	\vdots
X_m	x_m	$u_m(x)$		A_m	$u_m(y)$
Y	y	-	-	-	$u(y)$

3 METODA MONTE CARLO [9][10][11]

Jedná se o numerickou výpočetní metodu, která je založená na využití náhodných veličin a teorie pravděpodobnosti. Metoda Monte Carlo je třída algoritmů pro simulaci systémů. Jde o stochastické metody používající náhodné popřípadě pseudonáhodné čísla. Používá opakované vzorkování náhodné veličiny pro simulaci náhodných dějů.

Metoda se typicky využívá pro hledání přibližného řešení úloh, jejichž analytické řešení by bylo obtížné. Do třídy objektů analyzovatelných pomocí MMC lze řadit prakticky libovolnou funkci transformující vstupy na výstupy, např.: matematickou funkci, komplexní systém, atd. Jediné co třeba znát, jsou distribuční funkce vstupů – co je vlastně rozložení pravděpodobnosti vstupů. Pomocí těchto distribučních funkcí generujeme jednotlivé vstupy (čísla,...) a zaznamenáváme výstupy.

Metoda je používána pro řešení:

- diferenciálních rovnic,
- počítání určitých integrálů (vícerozměrných)
- simulace experimentů
- výpočet nejistot

Rozlišujeme dvě varianty metody Monte Carlo: neanalogový a analogový model.

3.1 Neanalogový model

Nazývá se aj jako geometrický model. To je případ, kdy při výpočtu se nepoužívá model reálního děje. Jsou to případy např. výpočet určitého integrálu, výpočet obsahu ohraničeného útvaru.

3.2 Analogový model

Musíme umět modelovat celou situaci na počítači. Znat všechna pravděpodobnostní rozložení zkoumaných jevů a fyzikální zákonitosti, kterými se řídí. Provedením této simulaci se získá výsledek, realizaci jakési náhodné veličiny ξ . Tuto simulaci spustíme n – krát a získáme soubor historií $x_1 \dots x_n$. Odhad střední hodnoty ξ se určí:

$$\xi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.1)$$

kde x_i - hodnota i -tého vzorku simulací

n – počet simulací

ξ – odhad střední hodnoty

a směrodatné odchylka σ se určí jako:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}} \quad (3.2)$$

kde x_i - hodnota i -tého vzorku simulací

n – počet simulací

\bar{x} - aritmetický průměr

σ – směrodatná odchylka

Přesnost a efektivnost výpočtu metodou Monte Carlo pomocí výpočetní techniky je daná těmito faktory:

- kvalitou generátoru náhodných čísel, popřípadě pseudonáhodných
- výběrem racionálního algoritmu výpočtu
- kontrolu přesnosti získaného výsledku

3.3 Generátor náhodných čísel

Řešení úlohy metodou Monte Carlo se opírá o opakované náhodné pokusy. Efektivní výpočet vyžaduje provést obrovské množství těchto náhodných experimentů. Náhodný pokus však není realizován skutečným experimentem, ale modelováním, tedy operacemi s náhodnými čísly.

Vstupní parametry generátoru náhodných čísel mohou být, od jaké hodnoty náhodné čísla začínají, jakou hodnotu nesmí překročit, maximální rozpětí mezi čísly. Pro generování náhodných čísel se používají dva odlišné metody:

1. Pravý generátor náhodných čísel
2. Generování pseudonáhodných čísel

3.3.1 Pravý generátor náhodných čísel

Měří se nějaký fyzikální jev, o kterém se předpokládá, že je náhodný a následně se kompenzují odchylky. Prvním způsobem bylo vrhání kostkami, házení mincí, ruleta atd. Pro využití v statistice nebo v šifrování (kryptografii) jsou příliš pomalé a neúčinné.

3.3.2 Pseudonáhodné čísla

Generátory pseudonáhodných čísel jsou deterministické algoritmy, které vytvářejí dlouhé řetězce čísel mající zdánlivě dobré náhodné rozdělení. Později se tyto sekvence opakují a kvalita rozdělení se snižuje. Mezi jednoduché ručně proveditelné metody patří *metoda středních čtverců* navržený John Von Neumannem. Její implementace je velmi jednoduchá a výsledky mají nekvalitní statistické vlastnosti. V dnešní době existují programy pro generování náhodných čísel.

3.4 Postup při řešení problému metodou Monte Carlo

- Rozbor problému a návrh modelu
- Generování náhodných veličin, jejich transformace na veličiny s daným pravděpodobnostním rozdělením
- Statistické zpracování výsledků – hledaná hodnota je daná některým z momentů statistických veličin, nejčastěji střední hodnotou.

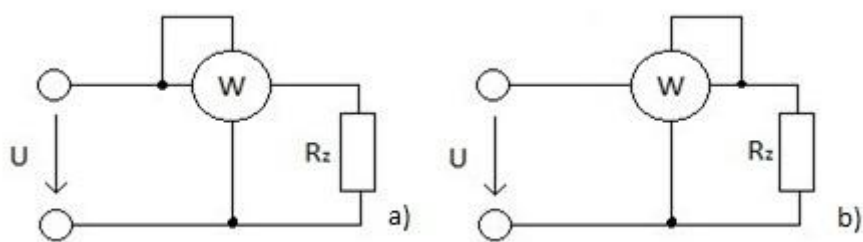
3.5 Přesnost

Spolehlivost metody roste s počtem opakování n , závisí na konkrétní aplikaci. K odhadu chyby výsledku získaného metodou Monte Carlo se většinou používá střední kvadratická chyba aritmetického průměru. Chyba výsledku získaného pomocí n historií je úměrná $1/\sqrt{n}$. Takže aby se zlepšil výsledek o jeden řád, musí se počet historií zvýšit o dva řády.

4 MĚŘENÍ VÝKONU [12]

4.1 Přímé měření výkonu

Přímé měření výkonu stejnosměrného proudu se realizuje pomocí wattmetrů elektromechanických nebo elektronických. Elektromechanické aj elektronické wattmetry můžeme zapojit do měřeného obvodu s dvěma způsoby, obě zapojení jsou zatíženy chybou metody.



Obr. 4-1 Přímí měření výkonu, dvě způsoby zapojení

Činný výkon - P_1 udávaný wattmetrem W v zapojení po a) na Obr. 4-1

$$P_1 = P_{R_Z} + P_{W_I} \quad [W] \quad (4.1)$$

kde P_1 – činný výkon určení wattmetrem W

P_{R_Z} – výkon na zátěži R_Z

P_{W_I} - výkon spotřebovaný proudovou cívkou wattmetru

Wattmetr – W udává součet výkonu na zátěži R_Z a výkonu spotřebovaný proudovou cívkou wattmetru.

Výkon spotřebovaný proudovou cívkou wattmetru:

$$P_{W_I} = R_{W_I} \cdot I_Z^2 \quad [W] \quad (4.2)$$

kde P_{W_I} - výkon spotřebovaný proudovou cívkou

R_{W_I} - odpor proudové cívky wattmetru

I_Z – proud procházející zátěží

Pomocí činného výkonu udávaný wattmetrem a výkonu spotřebovaným na proudové cívce wattmetru lze jednoduše vypočíst činný výkon zátěže P_{R_Z} :

$$P_{R_Z} = P_1 - P_{W_I} \quad [W] \quad (4.3)$$

kde P_{R_Z} – výkon zátěže

P_1 – činný výkon určení wattmetru

P_{W_I} - výkon spotřebovaný proudovou cívkou

Absolutní chyba metody - Δ_{1M} přímého měření výkonu v zapojení wattmetru podle zapojení Obr. 4-1 a):

$$\Delta_{1M} = P_1 - P_{R_Z} = P_{W_I} \quad [W] \quad (4.4)$$

Relativní chyba metody- δ_{1M} přímého měření výkonu v zapojení wattmetru podle zapojení na Obr. 4-1 a):

$$\delta_{1M} = \frac{\Delta_{1M}}{P_{R_Z}} \cdot 100 = \frac{P_{W_I}}{P_{R_Z}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (4.5)$$

Činný výkon P_2 udávaný wattmetrem W v zapojení b) na Obr. 4-1:

$$P_2 = P_{R_Z} + P_{W_U} \quad [W] \quad (4.6)$$

kde P_2 – činný výkon určení wattmetru

P_{R_Z} – výkon zátěže

P_{W_U} - výkon spotřebovaný napěťovou cívkou wattmetru

Wattmetr udává součet výkonů na zátěži R_Z a výkonu spotřebovaný napěťovou cívkou wattmetru.

Výkon spotřebovaný napěťovou cívkou wattmetru:

$$P_{W_U} = \frac{U_Z^2}{R_{W_U}} \quad [W] \quad (4.7)$$

kde U_Z – napětí na zátěži

R_{W_U} - odpor napěťové cívky wattmetru

Absolutní chyba metody - Δ_{2M} přímého měření výkonu v zapojení wattmetru podle zapojení Obr. 4-1 b):

$$\Delta_{2M} = P_2 - P_{R_Z} = P_{W_U} \quad [W] \quad (4.8)$$

Relativní chyba metody - δ_{2M} přímého měření výkonu v zapojení wattmetru podle zapojení Obr. 4-1 b):

$$\delta_{2M} = \frac{\Delta_{2M}}{P_{R_Z}} \cdot 100 = \frac{P_{WU}}{P_{R_Z}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (4.9)$$

4.2 Nepřímé měření výkonu

Při nepřímém měření výkonu stejnosměrného proudu se používá metoda, kde se převádí měření výkonu na měření jiných veličin: na měření proudu – I ampérmetrem a napětí – U voltmetrem. Výsledný výkon se následně vypočte.

Výkon stejnosměrného proudu na zátěži je definován součinem napětí a proudu tekoucího zátěže:

$$P = U \cdot I \quad [W] \quad (4.10)$$

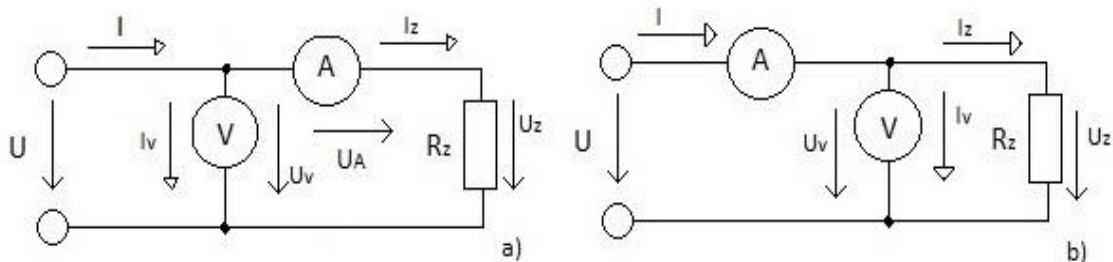
kde P – výkon stejnosměrného proudu na zátěži $[W]$

U – napětí na zátěži $[V]$

I – proud tekoucí zátěže $[A]$

Zátěž v našem případě představuje odporová dekáda s hodnotou $R = 100 \Omega$.

Pro experimentální stanovení proudu a napětí jsou používána dvě zapojení (uvedené v Obr. 4-2). V obě zapojení je výkon určený z údajů přístrojů – ampérmetru a voltmetru zatížen chybou metody.



Obr. 4-2 Typy zapojení pro měření výkonu nepřímou metodou

V zapojení na Obr. 4-2 a) – metoda A výkon vypočtení z údajů přístrojů:

$$P_1 = U_V \cdot I_A = U_V \cdot I_Z = (U_A + U_Z) \cdot I_Z = P_A + P_Z \quad [W] \quad (4.11)$$

kde U_V – napětí na voltmetru $[V]$

U_A – úbytek napětí na ampérmetru $[V]$

U_Z – napětí na zátěži $[V]$

I_A – proud udávaný ampérmetrem	[A]
I_Z – proud na zátěži	[A]
P_A – výkon ampérmetru	[W]
P_Z – výkon zátěže	[W]
P_1 – výkon vypočítán pomocí met. 1	[W]

Voltmetr měří součet úbytků napětí na zátěži – U_Z a na ampérmetru – U_A a ampérmetr měří proud zátěži – I_Z . Z toho se vyplývá, že výkon vypočtený z údajů přístrojů – P_1 je součtem výkonu na zátěži – P_Z a na ampérmetru – P_A .

Absolutní chyba metody - Δ_{1M} nepřímého měření výkonu v zapojení přístrojů podle Obr. 4-2 a):

$$\Delta_{1M} = P_1 - P_Z = P_A \quad [W] \quad (4.12)$$

kde	Δ_{1M} – absolutní chyba metody 1	[W]
	P_A – výkon ampérmetru	[W]
	P_Z – výkon zátěže	[W]
	P_1 – výkon vypočítán pomocí met. 1	[W]

kde výkon na ampérmetru – P_A lze určit pomocí:

$$P_A = R_A \cdot I_A^2 \quad [W] \quad (4.13)$$

kde	R_A – odpor ampérmetru	[Ω]
	I_A – proud udávaný ampérmetrem	[A]

Absolutní chyba metody A je určena rozdílem výkonu vypočteného z údajů měřících přístrojů a skutečného výkonu zátěže.

Relativní chyba metody - δ_{1M} měření výkonu v zapojení přístrojů podle Obr. 4-2 a):

$$\delta_{1M} = \frac{P_1 - P_Z}{P_Z} \cdot 100 = \frac{P_A}{P_Z} \cdot 100 \quad [\%] \quad (4.14)$$

kde	P_A – výkon ampérmetru	[W]
	P_Z – výkon zátěže	[W]
	P_1 – výkon vypočítán pomocí met. 1	[W]

V zapojení na Obr. 4-2 po b) – metoda B výkon vypočtení z údajů přístrojů:

$$P_2 = U_V \cdot I_A = U_Z \cdot (I_Z + I_V) = P_V + P_Z \quad [\text{W}] \quad (4.15)$$

kde P_2 – výkon vypočítán pomocí met. 2 $[\text{W}]$
 P_V – výkon voltmetru $[\text{W}]$
 P_Z – výkon zátěže $[\text{W}]$

Ampérmetr měří součet proudu tekoucích voltmetrem a zátěží (I_V, I_Z). Výkon určení z přístrojů pomocí metody B – P_2 je součtem výkonu zátěže a voltmetru.

Absolutní chyba metody Δ_{2M} nepřímého měření pomocí zapojení přístrojů podle Obr. 4-2 b):

$$\Delta_{2M} = P_2 - P_Z = P_V \quad [\text{W}] \quad (4.16)$$

kde výkon na voltmetru - P_V lze určit pomocí:

$$P_V = \frac{U_V^2}{R_V} \quad [\text{W}] \quad (4.17)$$

kde R_V – odpor voltmetru $[\Omega]$

Relativní chyba metody δ_{2M} měření pomocí zapojení přístrojů podle Obr. 4-2 **Chyba!**
nenalezen zdroj odkazů. b):

$$\delta_{2M} = \frac{P_2 - P_Z}{P_Z} \cdot 100 = \frac{P_V}{P_Z} \cdot 100 \quad [\%] \quad (4.18)$$

Nepřímé měření výkonu bylo provedeno pomocí dva typy multimetrů, analogovými i digitálními.

4.3 Chyby přístrojů

4.3.1 Chyby digitálních přístrojů

Základní chyby údaje digitálního přístroje se vypočte následovně:

$$|\delta| = |\delta_M| + |\delta_R| \quad (4.19)$$

kde δ – základní chybou údaje
 δ_M - chyba z měřené hodnoty
 δ_R - chyba z rozsahu

Chyba rozsahu digitálních přístrojů se může udávat různými způsoby.

- Jestli výrobce udává přesnost rozsahu v digitech, tak pro výpočet chyby údaje třeba použít proměnné d - který je chyba udaná v počtu jednotek posledního místa zobrazovače a D - je proměnná, který udává počet indikovaných míst zobrazovače. Z těchto údajů se chyba rozsahu přepočte na procenta následovně:

$$\delta_R = \frac{d}{D} \cdot 100 \quad (4.20)$$

kde d - je chyba udaná v počtu digitů posledního místa zobrazovače

D - je počet indikovaných míst zobrazovače

Pro výpočet *maximální odchylky přístroje* - $z_{j \max}$ ještě třeba zjistit údaj přístroje L který označuje rozlišení posledního digitu při naměřené hodnotě.

V tomto případě lze použít vztah pro výpočet *maximální odchylky přístroje* - $z_{j \max}$:

$$z_{j \max} = x \cdot \delta_x + d \cdot L \quad (4.21)$$

kde x - odhad měřené hodnoty

δ_x - přesnost měřené hodnoty

d - je chyba udaná v počtu digitů posledního místa zobrazovače

L - označuje rozlišení posledního digitu v naměřené hodnotě

Součin $d \cdot L$ reprezentuje *absolutní chybu z rozsahu* - $\delta_R \cdot X_R$.

- Jestli výrobce udává přesnost rozsahu ve tvaru - δ_R , tak vztah pro výpočet *maximální odchylky přístroje* - $z_{j \max}$ bude následovný:

$$z_{j \max} = x \cdot \delta_x + \delta_R \cdot X_R \quad (4.22)$$

kde x - odhad měřené hodnoty

δ_x - přesnost z měřené hodnoty

δ_R - přesnost z rozsahu

X_R - použitý rozsah přístroje

Absolutní chyba údaje digitálního měřicího přístroje je:

$$\Delta_P = \frac{|\delta_M \cdot X_M| + |\delta_R \cdot X_R|}{100} \quad (4.23)$$

kde δ_M - chyba z měřené hodnoty

X_M - naměřená hodnota

δ_R - chyba z rozsahu

X_R - použitý rozsah přístroje

4.3.2 Chyby analogových přístrojů

Při analogových přístrojích se *absolutní chyba údaje* - Δ_P vypočte následovně:

$$|\Delta_P| = \frac{\delta_{TP} \cdot X_R}{100} \quad (4.24)$$

kde δ_{TP} - je třída přesnosti přístroje

X_R - rozsah přístroje

Pro výpočet *maximální odchylky měřené hodnoty* - $z_{j \max}$ se používá vztah:

$$z_{j \max} = X_R \cdot \delta_{TP} \quad (4.25)$$

kde X_R - je nastavený rozsah analogového přístroje

δ_{TP} - třída přesnosti analogového přístroje v bezrozměrném tvaru δ_{TP} [-]

Při analogových přístrojích se *standardní nejistota typu B* má dvě složky:

- $u_{Bz1}(x)$, zdrojem 1 nejistoty typu B je nepřesnost měřicího přístroje daná třídou přesnosti

$$u_{Bz1}(x) = \frac{z_{j \max}}{\chi} \quad (4.26)$$

kde $z_{j \max}$ - je maximální odchylka měřené hodnoty

χ - koeficient, její hodnota je $\sqrt{3}$

- $u_{Bz2}(x)$ zdrojem 2 nejistoty typu B je nepřesnost odečtení hodnot ze stupnice přístroje

$$u_{Bz2}(x) = \frac{X_R}{4 \cdot d \cdot \chi} \quad (4.27)$$

kde X_R - je nastavený rozsah přístroje DU 20 - U_R, I_R .

χ - koeficient, její hodnota je $\sqrt{3}$

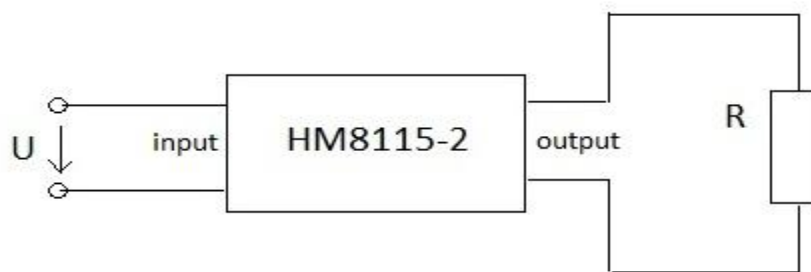
d - počet dílu stupnice - 30.

5 VÝPOČET NEJISTOTY MĚŘENÍ VÝKONU - METODA GUM [13]

5.1 Přímé měření výkonu

Při přímém měření byl použit digitální wattmetr HM 8115-2 od firmy Hameg Instruments. Je to elektronický, průchozí wattmetr. Tento přístroj měří výkon přímo připojené zátěže. Zátěž je připojen dvěma vodiči na výstupní svorky *output* wattmetru, napájecí napětí na vstupní svorky wattmetru *input*, viz. Obr. 5-1.

Zapojení, které byl použit při přímém měření:



Obr. 5-1 Přímé měření výkonu na odporové zátěži

V následující tabulce jsou znázorněny parametry přístroje: rozsahy P_{RHM} , rozlišení posledního digitu L_{HM} , přesnost naměřené hodnoty $\delta_{M HM}$, přesnost rozsahu v digitech d_{HM} .

Tab. č. 5-1 Wattmetr HM 8115-2, rozsahy, rozlišení a základní chyby měřidla

Rozsah P_{RHM} [W]	8	24	80	240	800	2400	8000
Rozlišení – L_{HM} [W]	0,001	0,01	0,01	0,1	0,1	1	1
$\delta_{M HM}$ [%]	0,5 %	0,5 %	0,5 %	0,5 %	0,5 %	0,5 %	0,5 %
$\delta_{M HM}$ [-]	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005
d_{HM} [počet digitu]	5	5	5	5	5	5	5

Použitý odporový zátěž při měření byla odporová dekáda DKP 1500 XL6 nastaven na 100 Ω .

Při měření wattmetr HM8115-2 byl nastaven na rozsah $P_{RHM} = 8 \text{ W}$. Pro další výpočty nejistot měření byly použité hodnoty parametrů z označené sloupce v Tab. č. 5-1. Naměřené hodnoty jsou následující:

Tab. č. 5-2 Přímé měření výkonu, digitální wattmetr HM 8115-2, zátěž $R = 100 \Omega$

Číslo měření n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_{iHM}[\text{W}]$	2,886	2,887	2,886	2,887	2,886	2,885	2,886	2,887	2,885	2,886

Z naměřených hodnot, které jsou v Tab. č. 5-2 jsou následovně vypočten údaje:

Odhad výkonu \bar{p}_{HM}

$$\bar{p}_{HM} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_{iHM} = 2,8861 \text{ W}$$

Standardní nejistota typu A odhadu výkonu $u_A(\bar{p}_{HM})$

$$u_A(\bar{p}_{HM}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (p_{iHM} - \bar{p}_{HM})^2} = 0,0007 \text{ W}$$

Maximální odchylku měřené hodnoty z_{max}

Pro výpočet $z_{max HM}$ se použije hodnotu odhadu výkonu $\bar{p}_{HM} = 2,8861 \text{ W}$

$$z_{max HM} = \bar{p}_{HM} \cdot \delta_{MHM} + d_{HM} \cdot L_{HM} = 0,0194 \text{ W}$$

kde \bar{p}_{HM} - odhad výkonu měřené s wattmetrem HM8115-2

δ_{MHM} - přesnost měřené hodnoty wattmetru HM8115-2

d_{HM} - přesnost rozsahu wattmetru v digitech

L_{HM} - rozlišení posledního digitu na zobrazovači wattmetru

Standardní nejistota typu B odhadu výkonu $u_B(\bar{p}_{HM})$

$$u_B(\bar{p}_{HM}) = \frac{z_{max HM}}{\chi} = 0,0112 \text{ W}$$

kde χ - koeficient rozložení, $\chi = \sqrt{3}$ pro rovnoměrné rozložení

Standardní kombinovaná nejistota odhadu výkonu $u_C(\bar{p}_{HM})$

$$u_C(\bar{p}_{HM}) = \sqrt{u_A^2(\bar{p}_{HM}) + u_B^2(\bar{p}_{HM})} = 0,0112 \text{ W}$$

Rozšířená nejistota odhadu výkonu $U(\bar{p}_{HM})$

$$U(\bar{p}_{HM}) = k \cdot u_C(\bar{p}_{HM}) = 0,0225 \text{ W}$$

kde k - koeficient rozšíření, $k = 2$

Výsledek přímého měření výkonu P_{HM} pomocí digitálního wattmetru HM8115-2 je vyjádřena standardní kombinovanou nejistotou $u_C(p_{HM}^-)$ a pomocí rozšířené nejistoty $U(p_{HM}^-)$:

$$P_{HM} = 2,8861(0,0112) \text{ W}$$

$$P_{HM} = (2,8861 \pm 0,0225) \text{ W}, k = 2$$

5.2 Nepřímé měření výkonu

5.2.1 Analogové multimetry

Při měření s analogovými přístroji byly použity magnetoelektrický měřicí přístroje DU 20. Byly použity dva multimetry, jeden jako voltmetr (DKP 1728) a druhý jako ampérmetr (DKP 2036).

V následující tabulce Tab. č. 5-3 jsou uvedeny parametry multimetrů DU 20 pro měření napětí a proudu: rozsahy $U, I_{R DU}$, třída přesnosti přístroje $\delta_{TP DU}$, počet dílu stupnice d_{DU} .

Tab. č. 5-3 Multimetr DU20, rozsahy a základní chyby měřidla

DU20_voltmetr					
$R_{DU Vm} = 1,59 \text{ M}\Omega$					
Rozsah $U_{R DU} [\text{V}]$	1	3	10	30	100
$\delta_{TP DU (U)} [\%]$	1 %	1 %	1 %	1 %	1 %
$\delta_{TP DU (U)} [-]$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
$d_{DU (U)} [\text{počet}]$	30	30	30	30	30
DU20_ampérmetr					
$R_{DU Am} = 1 \Omega$					
Rozsah $I_{R DU} [\text{A}]$	0,01	0,03	0,1	0,3	1
$\delta_{TP DU (I)} [\%]$	1 %	1 %	1 %	1 %	1 %
$\delta_{TP DU (I)} [-]$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
$d_{DU (I)} [\text{počet}]$	30	30	30	30	30

Použité rozsahy multimetrů při měření byly 30 V a 0,3 A.

Nepřímé měření výkonu bylo provedeno podle obou zapojení, které jsou znázorněna na Obr. 4-2. Jako zátěž byla použita odporová dekáda DKP 1500 nastaven na hodnotu $R = 100 \Omega$.

Zapojení A

Multimetry DU 20 byly zapojeny podle zapojení a) na Obr. 4-2. Zátěž představovala odporová dekáda DKP 1500 s nastavenou hodnotou $R = 100 \Omega$. Napětí na voltmetru označuje úbytek napětí na zátěži a na ampérmetru a dle toho se vypočítá výsledná hodnota výkonu p . Vzorce pro výpočet jsou popsány v kapitole 4.2.

Tab. č. 5-4 Nepřímé měření výkonu, analogové multimetry DU 20, zátěž $R = 100 \Omega$, zapojení A

Číslo měření n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u_{i\ DU} [V]$	17,2	17,3	17,2	17,3	17,2	17,2	17,3	17,2	17,3	17,2
$i_{i\ DU} [A]$	0,17	0,169	0,168	0,169	0,17	0,169	0,169	0,17	0,169	0,169

Z naměřených hodnot $u_{i\ DU}$ a $i_{i\ DU}$, které jsou v Tab. č. 5-4 se vypočtou následující údaje:

Odhady veličin \bar{u}_{DU} a \bar{i}_{DU}

$$\bar{u}_{DU} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_{i\ DU} = 17,24\ V$$

$$\bar{i}_{DU} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n i_{i\ DU} = 0,169\ A$$

Nejistoty typu A odhadu veličin napětí $u_A(\bar{u}_{DU})$ a proudu $u_A(\bar{i}_{DU})$

$$u_A(\bar{u}_{DU}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (u_{i\ DU} - \bar{u}_{DU})^2} = 0,05\ V$$

$$u_A(\bar{i}_{DU}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \sum_{i=1}^n (i_{i\ DU} - \bar{i}_{DU})^2} = 0,001\ A$$

Nejistotu typu B pro každý multimetr DU 20 se vypočte ze dvou zdrojů z_1, z_2 , dle vztahu (4.26) a (4.27) které jsou popsány v kap 4.3.2:

Pro voltmetr DU 20 jsou vypočítány nejistoty typu B:

$u_{Bz1}(\bar{u}_{DU})$ - nejistota typu B, jejímž zdrojem je vlastní analogový přístroj DU 20 při měření napětí,

$u_{Bz2}(\bar{u}_{DU})$ - nejistota typu B, jejímž zdrojem je odečet ze stupnice analogového měřidla DU 20,

$$u_{Bz1}(\bar{u}_{DU}) = \frac{\delta_{TP\ DU\ (U)} \cdot U_{R\ DU}}{\sqrt{3}} = \frac{0,01 \cdot 30}{\sqrt{3}} = 0,17\ V$$

$$u_{Bz2}(\bar{u}_{DU}) = \frac{U_{R\ DU}}{4 \cdot d_{DU\ (U)} \cdot \sqrt{3}} = \frac{30}{4 \cdot 30 \cdot \sqrt{3}} = 0,14\ V$$

kde $\delta_{TP\ DU\ (U)}$ - třída přesnosti měřicího přístroje DU 20 pro měření napětí

$U_{R\ DU}$ - použitý rozsah měřicího přístroje pro měření napětí

$d_{DU\ (U)}$ - počet dílu stupnice přístroje

Pro ampérmetr DU 20 jsou vypočítány nejistoty typu B $u_{Bz1}(\bar{i}_{DU})$, $u_{Bz2}(\bar{i}_{DU})$

$$u_{Bz1}(\bar{i}_{DU}) = \frac{\delta_{TP\ DU\ (I)} \cdot I_{R\ DU}}{\sqrt{3}} = \frac{0,01 \cdot 0,3}{\sqrt{3}} = 0,0017\ A$$

$$u_{Bz2}(\bar{i}_{DU}) = \frac{I_{R\ DU}}{4 \cdot d_{DU\ (I)} \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,3}{4 \cdot 30 \cdot \sqrt{3}} = 0,0014\ V$$

Celková standardní nejistota typu B při měření analogovým multimetrem DU 20 se rovná dle následujícího vztahu:

$$u_B(x) = \sqrt{u_{Bz1}^2(x) + u_{Bz2}^2(x)} \quad (5.1)$$

kde $u_B(x)$ - celková standardní nejistota typu B

$u_{Bz}(x)$ - nejistota typu B od zdroje z

Standardní nejistota typu B pro odhad napětí $u_B(\bar{u}_{DU})$ a proud $u_B(\bar{i}_{DU})$

Pro napětí: $u_B(\bar{u}_{DU}) = \sqrt{0,17^2 + 0,14^2} = 0,22\ V$

Pro proud: $u_B(\bar{i}_{DU}) = \sqrt{0,0017^2 + 0,0014^2} = 0,0022\ A$

Odhad výkonu $\bar{p}_{DU/DU}$

$$\bar{p}_{DU/DU} = \bar{u}_{DU} \cdot \bar{i}_{DU} - R_{DU\ Am} \cdot \bar{i}_{DU}^2 = 17,24 \cdot 0,1692 - 1 \cdot 0,1692^2 = 2,8883\ W$$

kde \bar{u}_{DU} , \bar{i}_{DU} - jsou odhady hodnot napětí a proudu

$R_{DU\ Am}$ - vnitřní odpor multimetru DU 20 v zapojení jako ampérmetr

Koeficienty citlivosti A_u a A_i

$$A_u = \left. \frac{\partial(u \cdot i - R_A \cdot i^2)}{\partial u} \right|_{U=u, I=i} = \tilde{t}_{DU} = 0,1692 \text{ A}$$

$$A_i = \left. \frac{\partial(u \cdot i - R_A \cdot i^2)}{\partial i} \right|_{U=u, I=i} = \bar{u}_{DU} - 2 \cdot R_{DU \text{ Am}} \cdot \tilde{t}_{DU} = 17,24 - 2 \cdot 1 \cdot 0,1692 \\ = 16,9016 \text{ V}$$

Standardní nejistoty typu A a typu B odhadu výkonu $\bar{p}_{DU/DU}$

$$u_A(\bar{p}_{DU/DU}) = \sqrt{A_u^2 u_A^2(\bar{u}_{DU}) + A_i^2 u_A^2(\tilde{t}_{DU})} = 0,0138 \text{ W}$$

$$u_B(\bar{p}_{DU/DU}) = \sqrt{A_u^2 u_B^2(\bar{u}_{DU}) + A_i^2 u_B^2(\tilde{t}_{DU})} = 0,05392 \text{ W}$$

Kombinovaná nejistota odhadu výkonu $u_C(\bar{p}_{DU/DU})$

$$u_C(\bar{p}_{DU/DU}) = \sqrt{u_A^2(\bar{p}_{DU/DU}) + u_B^2(\bar{p}_{DU/DU})} = 0,05566 \text{ W}$$

Rozšířenou nejistotu odhadu výkonu $U(\bar{p}_{DU/DU})$

$$U(\bar{p}_{DU/DU}) = k_r \cdot u_C(\bar{p}_{DU/DU}) = 2 \cdot 0,037 = 0,1113 \text{ W}$$

kde k - koeficient rozšíření, $k = 2$

Výsledek nepřímého měření výkonu s analogovými multimetry DU 20 na zátěži $R = 100 \Omega$ dle zapojení A je vyjádřena standardní kombinovanou nejistotou $u_C(\bar{p}_{HM})$ a pomocí rozšířené nejistoty $U(\bar{p}_{HM})$:

$$\bar{P}_{DU/DU} = 2,8883 (0,0557) \text{ W} \quad \bar{P}_{DU/DU} = (2,8883 \pm 0,1113) \text{ W}, k = 2$$

Zapojení B

Multimetry DU 20 byly zapojení podle zapojení b) na Obr. 4-2. Zátěž představovala odporová dekáda DKP 1500 s nastavenou hodnotou $R = 100 \Omega$. Ampérmetru měří součet proudu na zátěži a na voltmetru, dle toho se vypočítá výsledná hodnota výkonu p . Vzorce pro výpočet je popsáno v kapitole 4.2.

Tab. č. 5-5 Nepřímé měření výkonu, analogové multimetry DU 20, zátěž $R = 100 \Omega$, zapojení B

Číslo měření n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$u_{iDU} [V]$	17	17,1	17	17	17	17,1	17	17	17,1	17
$i_{iDU} [A]$	0,169	0,169	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,169	0,169	0,169

Z naměřených hodnot u_{iDU} a i_{iDU} , které jsou v Tab. č. 5-5 se vypočtu následovné údaje:

Odhady veličin \bar{u}_{DU} a \bar{i}_{DU}

$$\bar{u}_{DU} = 17,03 V \quad \bar{i}_{DU} = 0,1695 A$$

Nejistoty typu A odhadu veličin napětí $u_A(\bar{u}_{DU})$ a proudu $u_A(\bar{i}_{DU})$

$$u_A(\bar{u}_{DU}) = 0,0483 V \quad u_A(\bar{i}_{DU}) = 0,0005 A$$

Nejistoty typu B

Pro voltmetr DU 20 jsou vypočítání nejistoty typu B pro jednotlivé zdroje z1 a z2:

$$u_{Bz1}(\bar{u}_{DU}) = 0,17 V \quad u_{Bz2}(\bar{u}_{DU}) = 0,14 V$$

Pro ampérmetr DU 20 jsou vypočítání nejistoty typu B pro jednotlivé zdroje z1 a z2:

$$u_{Bz1}(\bar{i}_{DU}) = 0,0017 A \quad u_{Bz2}(\bar{i}_{DU}) = 0,0014 V$$

Standardní nejistota typu B odhadu napětí $u_B(\bar{u}_{DU})$ a proudu $u_B(\bar{i}_{DU})$

$$u_B(\bar{u}_{DU}) = 0,22 V \quad u_B(\bar{i}_{DU}) = 0,0022 A$$

Odhad výkonu $\bar{p}_{DU/DU}$

$$\bar{p}_{DU/DU} = \bar{u}_{DU} \cdot \bar{i}_{DU} - \frac{\bar{u}_{DU}^2}{R_{DU \text{ vm}}} = 17,03 \cdot 0,1695 - \frac{17,03^2}{1,59 \cdot 10^6} = 2,8864 W$$

kde $\bar{u}_{DU}, \bar{i}_{DU}$ – jsou odhady hodnot napětí a proudu

$R_{DU \text{ vm}}$ – vnitřní odpor analogového multimetru DU 20 v zapojení jako voltmetr

Koeficienty citlivosti A_u a A_i

$$A_u = \frac{\partial \left(u \cdot i - \frac{u^2}{R_{DU} V_m} \right)}{\partial u} \bigg|_{U=u, I=i} = \bar{i}_{DU} - \frac{2\bar{u}_{DU}}{R_{DU} V_m} = 0,1695 - \frac{2 \cdot 17,03}{1,59 \cdot 10^6} = 0,1695 \text{ A}$$

$$A_i = \frac{\partial \left(u \cdot i - \frac{u^2}{R_{DU} V_m} \right)}{\partial i} \bigg|_{U=u, I=i} = \bar{u}_{DU} = 17,03 \text{ V}$$

Standardní nejistoty typu A a B odhadu výkonu $\bar{p}_{DU/DU}$

$$u_A(\bar{p}_{DU/DU}) = 0,01214 \text{ W} \quad u_B(\bar{p}_{DU/DU}) = 0,05417 \text{ W}$$

Kombinovaná nejistota odhadu výkonu $u_C(\bar{p}_{DU/DU})$

$$u_C(\bar{p}_{DU/DU}) = 0,0555 \text{ W}$$

Rozšířená nejistota odhadu výkonu $U(\bar{p}_{DU/DU})$

$$U(\bar{p}_{DU/DU}) = k_r \cdot u_C(\bar{p}_{DU/DU}) = 0,111 \text{ W}$$

kde k - koeficient rozšíření, $k = 2$

Výsledek nepřímého měření výkonu s analogovými multimetry DU 20 na zátěži $R = 100 \Omega$ dle zapojení B je vyjádřena standardní kombinovanou nejistotou $u_C(\bar{p}_{HM})$ a pomocí rozšířené nejistoty $U(\bar{p}_{HM})$:

$$P_{DU/DU} = 2,8864(0,0555) \text{ W} \quad P_{DU/DU} = (2,8864 \pm 0,1110) \text{ W}, k = 2$$

5.2.2 Digitální multimetry

Při nepřímém měření výkonu odporové zátěže $R = 100\Omega$ digitálními multimetry bylo použito multimetry: Agilent 34401A, Fluke 1577, Metex M-3890, které byly pro obě možné zapojení, viz Obr. 4-2 ve funkci voltmetru i ampérmetru. Různé zapojení multimetrů byly zvoleny tak, aby se daly porovnávat dosažené výsledky včetně nejistot měření.

Tab. č. 5-6 Varianty zapojení digitálních multimetrů při nepřímé měření výkonu odporové zátěže

Varianta	Voltmetr V_M	Ampérmetr A_M	Zapojení
AG/AG	Agilent 34401	Agilent 34401	A / B
FL/ME	FLUKE 1577	Metex M-3890	A / B

V následujících tabulkách jsou uvedeny parametry přístrojů: rozsahy U_R, I_R , rozsahy a jim odpovídající základní chyby.

Tab. č. 5-7 Digitální multimetr Agilent 34401, rozsahy a základní chyby měřidla

Agilent 34401_voltmetr					
$R_{AG} = 10 \text{ M}\Omega$					
Rozsah $U_{R Ag}$	0,1 V	1 V	10 V	100 V	1000 V
$\delta_{M AG (U)} [\%]$	0,005	0,004	0,0035	0,0045	0,0045
$\delta_{M AG (U)} [-]$	0,00005	0,00004	0,000035	0,000045	0,000045
$\delta_{R AG (U)} [\%]$	0,0035	0,0007	0,0005	0,0006	0,001
$\delta_{R AG (U)} [-]$	0,000035	0,000007	0,000005	0,000006	0,00001
Agilent 34401_ampérmetr					
$R_{AG} = 0,1 \Omega$					
Rozsah $I_{R Ag}$	0,01 A	0,1 A	1 A	3 A	
$\delta_{M AG (I)} [\%]$	0,05	0,05	0,1	0,12	
$\delta_{M AG (I)} [-]$	0,0005	0,0005	0,001	0,0012	
$\delta_{R AG (I)} [\%]$	0,02	0,005	0,01	0,02	
$\delta_{R AG (I)} [-]$	0,0002	0,00005	0,0001	0,0002	

Tab. č. 5-8 Digitální multimetr FLUKE 1577, rozsahy a základní chyby měřidla

FLUKE 1577 _voltmetr				
$R_{FL} = 10 \text{ M}\Omega$				
Rozsah $U_{R FL}$	6 V	60 V	600 V	1000 V
$\delta_{M FL} [\%]$	0,2	0,2	0,2	0,2
$\delta_{M FL} [-]$	0,002	0,002	0,002	0,002
rozlišení $L_{FL} [\text{V}]$	0,001	0,01	0,1	1
$d_{FL} [\text{počet}]$	2	2	2	2

Tab. č. 5-9 Digitální multimetr Metex 3850, rozsahy a základní chyby měřidla

Metex M-3890 _ampérmetr			
$R_{ME} = 2 \Omega$			
Rozsah $I_{R ME}$	0,04 A	0,4 A	20 A
$\delta_{M ME} [\%]$	0,8	0,8	1,5
$\delta_{M ME} [-]$	0,008	0,008	0,015
rozlišení $L_{ME} [\text{A}]$	0,00001	0,0001	0,01
$d_{ME} [\text{počet}]$	1	1	5

Zapojení A - varianta AG/AG

Zapojení digitálních multimetrů pro nepřímé měření výkonu na zátěži $R = 100 \Omega$, viz Obr. 4-2 a). voltmetr - Agilent 34401A, ampérmetr – Agilent 34401A

Tab. č. 5-10 Nepřímé měření výkonu, zátěž $R = 100 \Omega$, digitální multimetry Agilent 34401A, zapojení A

Číslo měření n	1	2	3	4	5
$u_{i AG} [\text{V}]$	17,073	17,074	17,073	17,072	17,073
$i_{i AG} [\text{A}]$	0,16933	0,16933	0,16933	0,16933	0,16934
Číslo měření n	6	7	8	9	10
$u_{i AG} [\text{V}]$	17,073	17,073	17,073	17,072	17,073
$i_{i AG} [\text{A}]$	0,16934	0,16933	0,16933	0,16933	0,16934

Odhad veličin \bar{u}_{AG} a \bar{i}_{AG}

$$\bar{u}_{AG} = 17,0729 \text{ V} \quad \bar{i}_{AG} = 0,1693 \text{ A}$$

Nejistoty typu A odhadu napětí $u_A(\bar{u}_{AG})$ a proud $u_A(\bar{i}_{AG})$

$$u_A(\bar{u}_{AG}) = 0,000539 \text{ V} \quad u_A(\bar{i}_{AG}) = 0,00000458 \text{ A}$$

Maximální odchylky měřené hodnoty - z_{\max}

Pro výpočet se použije hodnota odhadů napětí – \bar{u}_{AG} a proudu – \bar{i}_{AG} :

$$z_{\max AG(U)} = \bar{u}_{AG} \cdot \delta_{MAG(U)} + U_{RAG} \cdot \delta_{RAG(U)} = 0,001368 \text{ V}$$

$$z_{\max AG(I)} = \bar{i}_{AG} \cdot \delta_{MAG(I)} + I_{RAG} \cdot \delta_{RAG(I)} = 0,0002698 \text{ A}$$

kde $\bar{u}_{AG}, \bar{i}_{AG}$ - odhad hodnot napětí a proudu

δ_{MAG} - přesnost měřené hodnoty

U, I_{RAG} - použité rozsahy pro měření napětí a proudu

δ_{RAG} - přesnost rozsahu

Standardní nejistoty typu B odhadu napětí $u_B(\bar{u}_{AG})$ a proud $u_B(\bar{i}_{AG})$

$$u_B(\bar{u}_{AG}) = \frac{z_{\max AG(U)}}{\chi} = 0,0007899 \text{ V}$$

$$u_B(\bar{i}_{AG}) = \frac{z_{\max AG(I)}}{\chi} = 0,0001554 \text{ A}$$

kde χ - koeficient rozložení, $\chi = \sqrt{3}$ pro rovnoměrné rozložení

Odhad výkonu $\bar{p}_{AG/AG}$

$$\bar{p}_{AG/AG} = \bar{u}_{AG} \cdot \bar{i}_{AG} - R_{AGAm} \cdot \bar{i}_{AG}^2 = 17,0729 \cdot 0,1693 - 0,1 \cdot 0,1693^2 = 2,888 \text{ W}$$

kde $\bar{u}_{AG}, \bar{i}_{AG}$ - jsou odhady hodnot napětí a proudu

R_{AGAm} - vnitřní odpor digitálního multimetru Agilent 34401 v zapojení jako ampérmetr

Koeficienty citlivosti A_u a A_i

$$A_u = \bar{i}_{AG} = 0,1693 \text{ A}$$

$$A_i = \bar{u}_{AG} - 2 \cdot R_{AGAm} \cdot \bar{i}_{AG} = 17,0729 - 2 \cdot 0,1 \cdot 0,1693 = 17,03904 \text{ V}$$

Standardní nejistoty typu A a B odhadu výkonu $\bar{p}_{AG/AG}$

$$u_A(\bar{p}_{AG/AG}) = \sqrt{A_u^2 u_A^2(\bar{u}_{AG}) + A_i^2 u_A^2(\bar{i}_{AG})} = 0,00012 \text{ W}$$

$$u_B(\bar{p}_{AG/AG}) = \sqrt{A_u^2 u_B^2(\bar{u}_{AG}) + A_i^2 u_B^2(\bar{i}_{AG})} = 0,002651 \text{ W}$$

Kombinovanou nejistotu odhadu výkonu $u_C(\bar{p}_{AG/AG})$

$$u_C(\bar{p}_{AG/AG}) = \sqrt{u_A^2(\bar{p}_{AG/AG}) + u_B^2(\bar{p}_{AG/AG})} = 0,002654 \text{ W}$$

Rozšířenou nejistotu odhadu výkonu $U(\bar{p}_{AG/AG})$

$$U(\bar{p}_{AG/AG}) = k_r \cdot u_C(\bar{p}_{AG/AG}) = 2 \cdot 0,002654 = 0,00531 \text{ W}$$

Výsledek nepřímého měření výkonu $P_{AG/AG}$ na zátěži $R = 100 \Omega$ pomocí digitálního multimetru Agilent 34401A dle zapojení A je vyjádřena standardní kombinovanou nejistotou $u_C(\bar{p}_{AG/AG})$ a pomocí rozšířené nejistoty $U(\bar{p}_{AG/AG})$:

$$P_{AG/AG} = 2,8875(0,0027) \text{ W} \quad P_{AG/AG} = (2,8875 \pm 0,0053) \text{ W}, k = 2$$

Zapojení A - varianta FL/ME

Zapojení digitálních multimetrů pro nepřímé měření výkonu na zátěži $R = 100\Omega$, viz Obr. 4-2 a) voltmetr – Fluke 1577, ampérmetr – Metex M-3890 D

V tab. č. 5-11 jsou uvedeny pro toto zapojení naměřené hodnoty napětí u_{iAG} a proudu i_{iAG} a následně jsou vypočítány charakteristiky nejistot měření.

Tab. č. 5-11 Nepřímé měření výkonu zátěž $R = 100 \Omega$, digitální multimetry Fluke 1577 a Metex M-3890 D, zapojení A

Číslo měření n	1	2	3	4	5
u_{iFL} [V]	17,05	17,05	17,05	17,05	17,05
i_{iME} [A]	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
Číslo měření n	6	7	8	9	10
u_{iFL} [V]	17,05	17,05	17,05	17,05	17,05
i_{iME} [A]	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17

Odhady veličin \bar{u}_{FL} a \bar{i}_{ME}

$$\bar{u}_{FL} = 17,05 \text{ V} \quad \bar{i}_{ME} = 0,17 \text{ A}$$

Nejistoty typu A odhadu napětí $u_A(\bar{u}_{FL})$ a proud $u_A(\bar{i}_{ME})$

$$u_A(\bar{u}_{FL}) = 0 \text{ V} \quad u_A(\bar{i}_{ME}) = 0 \text{ A}$$

Maximální odchylku měřené hodnoty - z_{max}

Pro výpočet se použije hodnota odhadů napětí – \bar{u}_{AG} a proudu – \bar{i}_{AG} :

$$z_{max FL} = \bar{u}_{FL} \cdot \delta_{M FL} + L_{FL} \cdot d_{FL} = 0,0541 \text{ V}$$

$$z_{max ME} = \bar{i}_{ME} \cdot \delta_{M ME} + L_{ME} \cdot d_{ME} = 0,00146 \text{ A}$$

kde $\bar{u}_{FL}, \bar{i}_{ME}$ - odhad hodnot napětí a proudu

δ_M – přesnost měřené hodnoty

L – rozlišení posledního digitu

d – přesnost rozsahu v digitech

Standardní nejistoty typu B odhadu napětí $u_B(\bar{u}_{FL})$ a proud $u_B(\bar{i}_{ME})$

$$u_B(\bar{u}_{FL}) = 0,03123 \text{ V} \quad u_B(\bar{i}_{ME}) = 0,0008429 \text{ A}$$

Odhad výkonu $\bar{p}_{FL/ME}$

$$\bar{p}_{FL/ME} = \bar{u}_{FL} \cdot \bar{i}_{ME} - R_{ME Am} \cdot \bar{i}_{ME}^2 = 2,8407 \text{ W}$$

Koeficienty citlivosti A_u a A_i

$$A_u = 0,17 \text{ A} \quad A_i = 16,37 \text{ V}$$

Standardní nejistoty typu A a B odhadu výkonu $\bar{p}_{FL/ME}$

$$u_A(\bar{p}_{FL/ME}) = 0 \text{ W} \quad u_B(\bar{p}_{FL/ME}) = 0,014785 \text{ W}$$

Kombinovaná nejistota odhadu výkonu $u_C(\bar{p}_{FL/ME})$

$$u_C(\bar{p}_{FL/ME}) = 0,014785 \text{ W}$$

Rozšířená nejistota odhadu výkonu $U(\bar{p}_{FL/ME})$

$$U(\bar{p}_{FL/ME}) = 0,02957 \text{ W}$$

Výsledek nepřímého měření výkonu $P_{FL/ME}$ na zátěži $R = 100 \Omega$ pomocí digitálního multimetru Fluke 1577 – voltmetr a Metex M - 3890 D – ampérmetr dle zapojení A je vyjádřena standardní kombinovanou nejistotou $u_C(\bar{p}_{FL/ME})$ a pomocí rozšířené nejistoty $U(\bar{p}_{FL/ME})$:

$$P_{FL/ME} = 2,8407(0,0148) \text{ W} \quad P_{FL/ME} = (2,8407 \pm 0,0296) \text{ W}, k = 2$$

Zapojení B – varianta AG/AG

Zapojení digitálních multimetrů pro nepřímé měření výkonu na zátěži $R = 100\Omega$, viz Obr. 4-2 b), voltmetr – Agilent 34401A, ampérmetr - Agilent 34401A.

V tab. č. 5-12 jsou uvedeny pro toto zapojení naměřené hodnoty napětí u_{iAG} a proudu i_{iAG} a následně jsou vypočítány charakteristiky nejistot měření.

Tab. č. 5-12 Nepřímé měření výkonu digitálními multimetry Agilent 34401A, zátěž $R = 100 \Omega$, zapojení B:

Číslo měření n	1	2	3	4	5
$u_{iAG} [\text{V}]$	16,984	16,984	16,984	16,984	16,981
$i_{iAG} [\text{A}]$	0,16928	0,1693	0,16928	0,16929	0,16929
Číslo měření n	6	7	8	9	10
$u_{iAG} [\text{V}]$	16,98	16,986	16,982	16,983	16,983
$i_{iAG} [\text{A}]$	0,16928	0,1693	0,16928	0,16928	0,16929

Odhady veličin \bar{u}_{AG} a \bar{i}_{AG}

$$\bar{u}_{AG} = 16,9831 \text{ V} \quad \bar{i}_{AG} = 0,1693 \text{ A}$$

Nejistoty typu A odhadu napětí $u_A(\bar{u}_{AG})$ a proud $u_A(\bar{i}_{AG})$

$$u_A(\bar{u}_{AG}) = 0,00164 \text{ V} \quad u_A(\bar{i}_{AG}) = 0,0000078 \text{ A}$$

Maximální odchylku měřené hodnoty z_{max}

$$z_{\max AG(U)} = 0,001364 \text{ V} \quad z_{\max AG(I)} = 0,0002696 \text{ V}$$

Standardní nejistoty typu B odhadu napětí $u_B(\bar{u}_{AG})$ a proud $u_B(\bar{i}_{AG})$

$$u_B(\bar{u}_{AG}) = 0,0007876 \text{ V} \quad u_B(\bar{i}_{AG}) = 0,0001556 \text{ A}$$

Odhad výkonu $\bar{p}_{AG/AG}$

$$\bar{p}_{AG/AG} = \bar{u}_{AG} \cdot \bar{i}_{AG} - \frac{\bar{u}_{AG}^2}{R_{Ag_Vm}} = 16,9831 \cdot 0,1693 - \frac{16,9831^2}{10 \cdot 10^6} = \mathbf{2,8749 \text{ W}}$$

Koeficienty citlivosti A_u a A_i

$$A_u = \bar{i}_{AG} - \frac{2 \cdot \bar{u}_{AG}}{R_{Ag_Vm}} = 0,1693 - \frac{2 \cdot 16,9831}{10 \cdot 10^6} = 0,16928 \text{ A}$$

$$A_i = \bar{u}_{AG} = 16,9831 \text{ V}$$

Standardní nejistoty typu A a B odhadu výkonu $\bar{p}_{AG/AG}$

$$u_A(\bar{p}_{AG/AG}) = 0,000308 \text{ W} \quad u_B(\bar{p}_{AG/AG}) = 0,002644 \text{ W}$$

Kombinovanou nejistotu odhadu výkonu $u_C(\bar{p}_{AG/AG})$

$$u_C(\bar{p}_{AG/AG}) = 0,002662 \text{ W}$$

Rozšířenou nejistotu odhadu výkonu $U(\bar{p}_{AG/AG})$

$$U(\bar{p}_{AG/AG}) = 0,005323 \text{ W}$$

Výsledek nepřímého měření výkonu $P_{AG/AG}$ na zátěži $R = 100 \Omega$ pomocí digitálního multimetru Agilent 34401A dle zapojení B je vyjádřena standardní kombinovanou nejistotou $u_C(\bar{p}_{AG/AG})$ a pomocí rozšířené nejistoty $U(\bar{p}_{AG/AG})$:

$$\mathbf{P_{AG/AG} = 2,8749(0,0027) \text{ W} \quad P_{AG/AG} = (2,8749 \pm 0,0053) \text{ W, } k = 2}$$

Zapojení B - varianta FL/ME

Zapojení digitálních multimetrů pro nepřímé měření výkonu na zátěži $R = 100\Omega$, viz Obr. 4-2 b) voltmetr – Fluke 1577, ampérmetr – Metex M-3890 D.

V tab. č. 5-13 jsou uvedeny pro toto zapojení naměřené hodnoty napětí $u_{i\ AG}$ a proudu $i_{i\ AG}$ a následně jsou vypočítány charakteristiky nejistot měření.

Tab. č. 5-13 Nepřímé měření výkonu digitálními multimetry Fluke 1577 a Metex M-3890 D, zátěž $R = 100\ \Omega$, zapojení B:

Číslo měření n	1	2	3	4	5
$u_{i\ FL}\ [V]$	17,01	17,01	17,01	17,01	17,01
$i_{i\ ME}\ [A]$	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
Číslo měření n	6	7	8	9	10
$u_{i\ FL}\ [V]$	17,01	17,01	17,01	17,01	17,01
$i_{i\ ME}\ [A]$	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17

Odhady veličin \bar{u}_{FL} a \bar{i}_{ME}

$$\bar{u}_{FL} = 17,01\ V \qquad \bar{i}_{ME} = 0,17\ A$$

Nejistoty typu A odhadu napětí $u_A(\bar{u}_{FL})$ a proud $u_A(\bar{i}_{ME})$

$$u_A(\bar{u}_{FL}) = 0\ V \qquad u_A(\bar{i}_{ME}) = 0\ A$$

Maximální odchylku měřené hodnoty z_{max}

$$z_{max\ FL} = \bar{u}_{FL} \cdot \delta_{MFL} + L_{FL} \cdot d_{FL} = 0,05402\ V$$

$$z_{max\ ME} = \bar{i}_{ME} \cdot \delta_{MME} + L_{ME} \cdot d_{ME} = 0,00146\ A$$

Standardní nejistoty typu B odhadu napětí $u_B(\bar{u}_{FL})$ a proud $u_B(\bar{i}_{ME})$

$$u_B(\bar{u}_{FL}) = 0,031188\ V \qquad u_B(\bar{i}_{ME}) = 0,000843\ A$$

Odhad výkonu $\bar{p}_{FL/ME}$

$$\bar{p}_{FL/ME} = 2,8916\ W$$

Koeficienty citlivosti A_u a A_i

$$A_u = 0,16999\ A \qquad A_i = 17,01\ V$$

Standardní nejistoty typu A a B odhadu výkonu $\bar{p}_{FL/ME}$

$$u_A(\bar{p}_{FL/ME}) = 0 \text{ W} \qquad u_B(\bar{p}_{FL/ME}) = 0,015287 \text{ W}$$

Kombinovaná nejistota odhadu výkonu $u_C(\bar{p}_{FL/ME})$

$$u_C(\bar{p}_{FL/ME}) = 0,015287 \text{ W}$$

Rozšířená nejistota odhadu výkonu $U(\bar{p}_{FL/ME})$

$$U(\bar{p}_{FL/ME}) = 0,030574 \text{ W}$$

Výsledek nepřímého měření výkonu $P_{FL/ME}$ na zátěži $R = 100 \, \Omega$ pomocí digitálního multimetru Fluke 1577 – voltmetr a Metex M - 3890 D – ampérmetr dle zapojení B je vyjádřena standardní kombinovanou nejistotou $u_C(\bar{p}_{FL/ME})$ a pomocí rozšířené nejistoty $U(\bar{p}_{FL/ME})$:

$$P_{FL/ME} = 2,8916(0,0153) \text{ W} \qquad P_{FL/ME} = (2,8916 \pm 0,0306) \text{ W}, k = 2$$

5.3 Porovnávání výsledků

Měření výkonu bylo provedeno na odporové zátěži $R = 100 \, \Omega$ s následujícími způsoby:

- přímé měření výkonu s digitálním wattmetrem HM 8115-2
- nepřímé měření výkonu s analogovými multimetry DU 20
- nepřímé měření výkonu s digitálními multimetry Agilent 34401 A, FLUKE 1577, Metex M 3890-D .

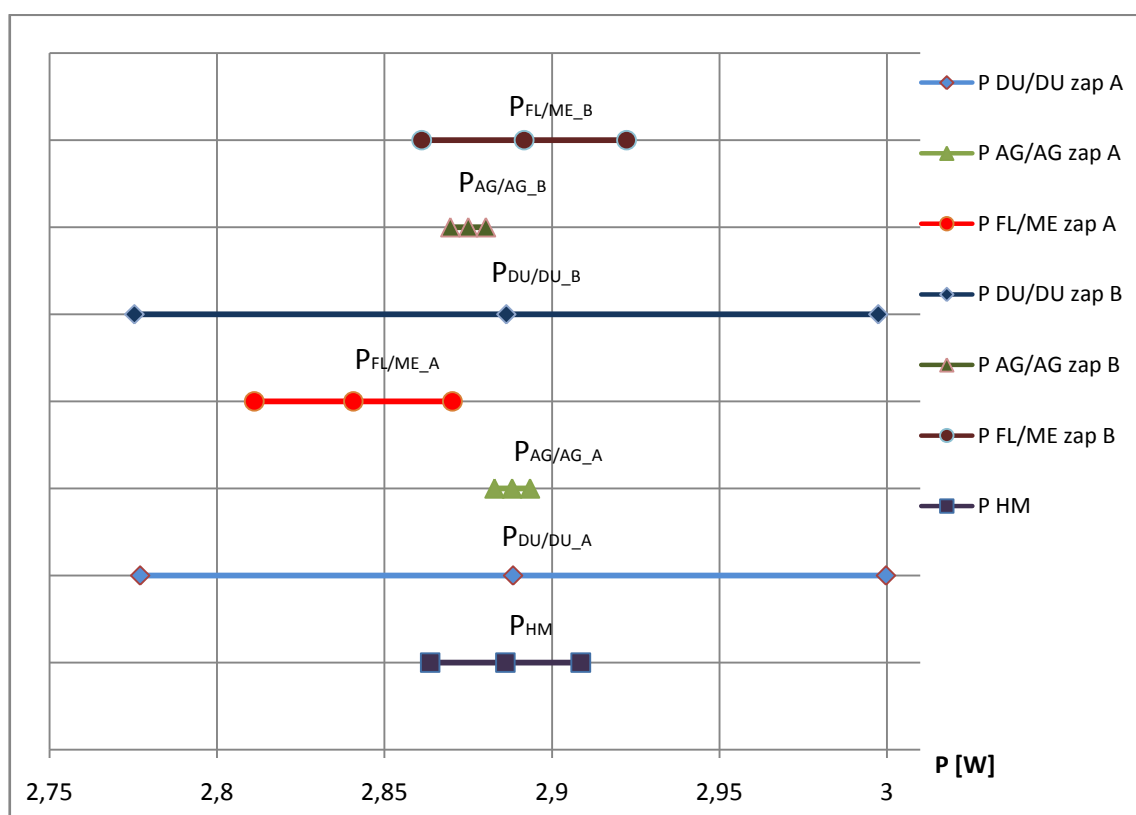
Nepřímé měření bylo provedeno dle obou zapojení, které jsou popsány na Obr. 4-2.

Výsledky přímého a nepřímého měření výkonu jsou vyjádřené pomocí standardní kombinovanou nejistotou $u_C(\bar{p})$ a pomocí rozšířenou nejistotou $U(\bar{p})$ v **Chyba!**
Chybný odkaz na záložku..

Tab. č. 5-14 Měření výkonu P , nejistota $u_c(p)$, $U(p)$

Typ měření \ Nejistota		P [W] $u_c(\bar{p})$	P [W] $U(\bar{p}), k = 2$
Přímá	P_{HM}	2,8861(0,0112)	(2,8861 ± 0,0225)
Nepřímá	Zapojení A	$P_{DU/DU}$	2,8883(0,0557)
		$P_{AG/AG}$	2,8875(0,0027)
		$P_{FL/ME}$	2,8407(0,0148)
	Zapojení B	$P_{DU/DU}$	2,8864(0,0555)
		$P_{AG/AG}$	2,8749(0,0027)
		$P_{FL/ME}$	2,8916(0,0153)

Porovnávání měření výkonu P je vyhodnocována pomocí intervalů vymezených rozšířenou nejistotou $U(p)$, $k_r = 2$ vzhledem k odhadu výkonu \bar{p} $\langle \bar{p} - U(\bar{p}) | \bar{p} + U(\bar{p}) \rangle$ jsou graficky znázorněné na obrázku Obr. 5-2. Interval zobrazuje výsledky měření na konfideční úrovni 95%.



Obr. 5-2 Přímé a nepřímé měření výkonu P , rozšířená nejistota $U(p)$, $k_r = 2$.

Rozdíl ve výsledních nejistot je zapříčiněná hlavně standardní nejistotou typu B, která je závislá na vlastnostech měřicího přístroje a na přesnosti odečtení hodnot (v případě analogových multimetrů) čili na experimentátorovi. Z grafu lze vidět, že nejistoty při měření s analogovými multimetry jsou větší než při měření s digitálními, nebo u digitálních přístrojů se minimalizuje chyba obsluhy (odečtení hodnot z přístrojů) při měření.

Nejmenší nejistoty měření bylo dosaženo při nepřímé měření s digitálními přístroji Agilent 34401 A. To mohla zapříčinit kvalita přístrojů, nebo z použitých přístrojů právě Agilent 34401 A má nejlepší přesnost. Druhé nejpřesnější výsledky byly vyhodnoceny při přímém měření pomocí digitálního wattmetru HM 8115-2.

6 VÝPOČET NEJISTOT MĚŘENÍ VÝKONU - METODA MONTE CARLO

Při výpočtech nejistot pomocí metody Monte Carlo se využívá simulace naměřených hodnot pomocí generátoru náhodných čísel. Pro získání věrohodného výsledku simulací je třeba sestavit model měření, který co nejvěrněji odpovídá charakteru skutečného experimentu. Velmi důležité je zvolit dostatečný počet simulací m a určit typ rozložení měřených hodnot.

Pro výpočet nejistot měření výkonu P na odporové zátěži metodou Monte Carlo byl jako kvalitní generátor náhodných čísel použit software Matlab R2010b. V prostředí Matlabu R2010b byl vytvořen skript *MMC.m*, do kterého byly následně implementovány parametry použitých digitálních a analogových multimetrů vypovídající o velikostech absolutních chyb údajů. Pro každý multimetr byly vypočteny maximální odchylky měřených hodnot z_{max} , které reprezentovaly interval pro generování simulovaných hodnot měřených veličin. Pro generování hodnot byla použita funkce *rand()*, které generuje náhodné hodnoty dle rovnoměrného rozložení. Z množiny simulovaných hodnot byly vykreslené histogramy pomocí nadstavby Matlabu R2010b *dfittool*. Implementované parametry se měnily podle toho, které měření bylo právě simulováno.

6.1 Simulace přímého měření výkonu

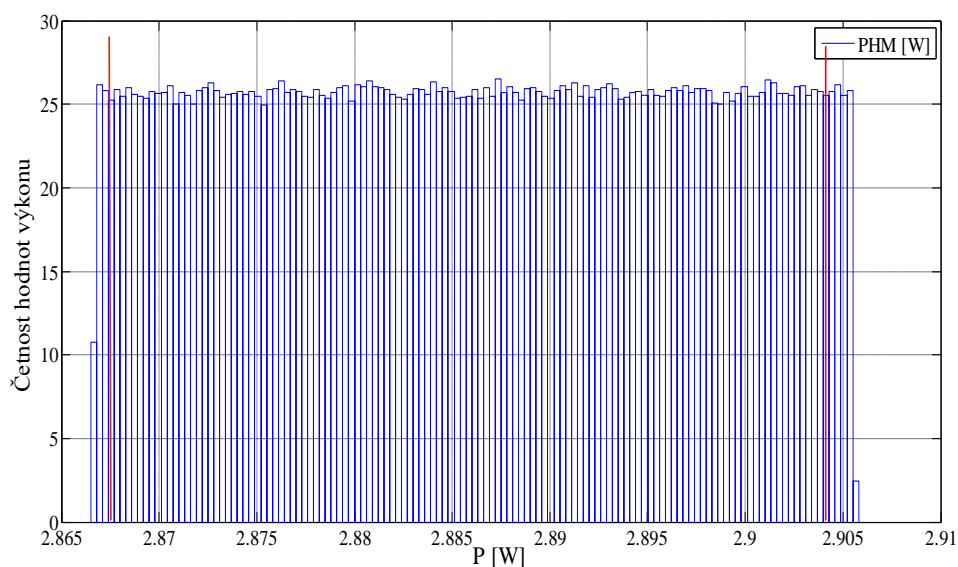
Přímé měření výkonu odporové zátěže $R=100\ \Omega$ bylo provedeno digitálním wattmetrem HM 8115-2 od firmy Hameg Instruments.

Pro výpočet nejistot tohoto měření metodou Monte Carlo byly do vytvořeného skriptu *MMC.m* implementovány tyto parametry:

- počet simulovaných hodnot $m=10^6$,
- průměrná hodnota výkonu $\bar{p}_{HM} = 2,8861\ W$,
- maximální odchylka měřené hodnoty $z_{max\ HM}$, která reprezentovala interval výskytu naměřených hodnot získaných z parametrů přístroje HM8115:

$$z_{max\ HM} = \bar{p}_{HM} \cdot \delta_{M\ HM} + d_{HM} \cdot L_{HM} = 0,019431\ W$$

Na Obr. 6-1 je histogram četností simulovaných hodnot výkonu $p_{j\ HM}$ v rozmezí intervalu $z_{max\ HM}$



Obr. 6-1 Histogram četností simulovaných hodnot přímé měření výkonu wattmetrem HM 8115-2

Ze simulovaných hodnot přímého měření výkonu byly vyhodnoceny tyto parametry:

- průměrná hodnota výkonu $\bar{P}_{HM_S} = 2,8861 \text{ W}$
- minimální hodnota výkonu $P_{HM_{min}} = 2,8667 \text{ W}$
- maximální hodnota $P_{HM_{max}} = 2,9055 \text{ W}$
- přidružená nejistota výkonu $u(P_{HM_S}) = 0,0092 \text{ W}$
- 95 % interval pokrytí $[P_{HM-}, P_{HM+}] = [2,8677 \text{ W}, 2,9045 \text{ W}]$

Tento interval je zobrazen v histogramu mezi vertikálními červenými čarami. Správná hodnota výkonu se nachází v tomto intervalu s pravděpodobností 95 %.

Výsledek simulace přímého měření výkonu P_{HM_S} lze napsat ve tvaru:

$$P_{HM_S} = (2,8861 \pm 0,0184) \text{ W}$$

6.2 Simulace nepřímého měření výkonu

Výpočet nejistot nepřímého měření výkonu pomocí metody Monte Carlo byl proveden pro obě zapojení A a B jak s analogovými multimetry DU 20, tak i s digitálními multimetry Agilent 34401A, FLUKE 1577, Metex M 3890. Technické údaje multimetrů jsou blíže popsány v kapitole 5.2.

Pro simulaci výpočtu nejistot nepřímého měření metodou Monte Carlo pro obě zapojení byl sestaven příslušný model, který obsahuje korekci chyby metody.

Simulační model_1 pro zapojení A:

$$P_s = u \cdot i - R_{Am} \cdot i^2 \quad [W] \quad (6.1)$$

Simulační model_2 pro zapojení B:

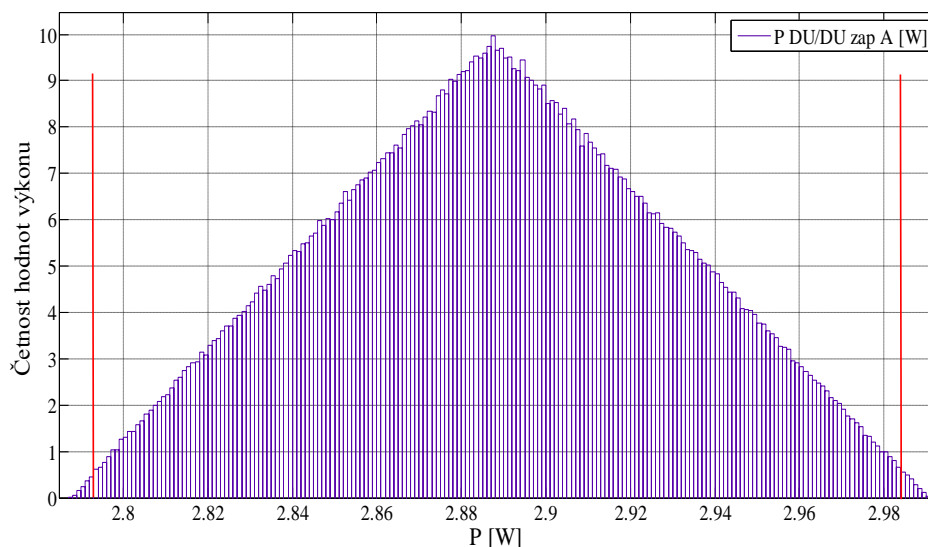
$$P_s = u \cdot i - \frac{u^2}{R_{Vm}} \quad [W] \quad (6.2)$$

6.2.1 Analogové přístroje

Nepřímé měření výkonu odporové zátěže bylo provedeno pomocí analogových multimetrů typu DU 20. Pro výpočet nejistot tohoto měření metodou Monte Carlo byly do vytvořeného skriptu *MMC. m.* implementovány tyto parametry:

- počet simulovaných hodnot $m = 10^6$,
- odhady $\bar{u}_{DU}, \bar{i}_{DU}$ měřených veličin proudu a napětí:
 zapojení A: $\bar{u}_{DU} = 17,24 \text{ V}$ $\bar{i}_{DU} = 0,1692 \text{ A}$
 zapojení B: $\bar{u}_{DU} = 17,03 \text{ V}$ $\bar{i}_{DU} = 0,1695 \text{ A}$
- maximální odchylky měřených hodnot $z_{max \text{ DU}}$, které reprezentovaly intervaly výskytu naměřených hodnot získaných z parametrů multimetrů DU 20 ve funkci měření napětí a měření proudu.

Histogram četností simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu v zapojení A analogovými multimetry DU 20, kdy byl použit simulační model_1 je na Obr. 6-2.



Obr. 6-2 Histogram četností simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu multimetry DU20, simulační model_1

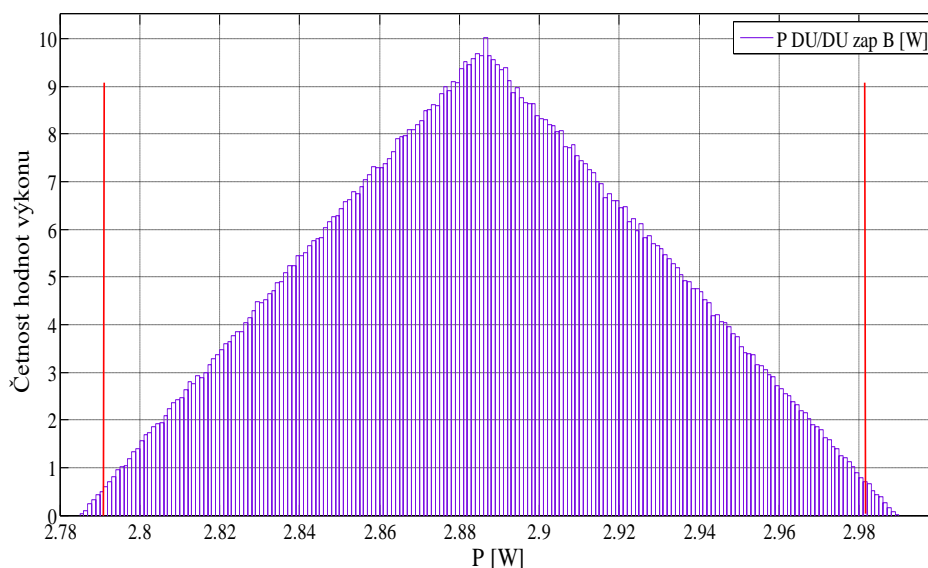
Ze simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu analogovými multimetry DU 20 podle *simulačního modelu_1* byly vyhodnoceny tyto parametry:

- průměrná hodnota výkonu $\bar{P}_{DU_S} = 2,8884 \text{ W}$
- minimální hodnota výkonu $P_{DU_{min}_S} = 2,7863 \text{ W}$
- maximální hodnota $P_{DU_{max}_S} = 2,9905 \text{ W}$
- přidružená nejistota výkonu $u(P_{DU_S}) = 0,0481$
- 95 % interval pokrytí $[P_{DU-}, P_{DU+}] = [2,7922 \text{ W}, 2,9846 \text{ W}]$

Výsledek simulací nepřímého měření výkonu P_{DU_S} analogovými multimetry DU 20 podle *simulačního modelu_1* lze napsat ve tvaru:

$$P_{DU_S} = (2,8884 \pm 0,0962) \text{ W}$$

Histogram četností simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu v zapojení B analogovými multimetry DU20, kdy byl použit *simulační model_2* je na Obr. 6-3.



Obr. 6-3 Histogram četností simulovaných hodnot pro nepřímé měření s analogovými multimetry DU 20, *simulační model_2*

Ze simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu analogovými multimetry DU20 podle *simulačního modelu_2* byly vyhodnoceny tyto parametry:

- průměrná hodnota výkonu $P_{DU_S} = 2,8864 \text{ W}$
- minimální hodnota výkonu $P_{DU_{min}_S} = 2,7836 \text{ W}$
- maximální hodnota výkonu $P_{DU_{max}_S} = 2,9892 \text{ W}$

- přidružená nejistota $u(P_{DU_S}) = 0,0482$
- 95 % interval pokrytí $[P_{DU-}, P_{DU+}] = [2.7899 \text{ W}, 2.9829 \text{ W}]$

Výsledek simulací nepřímého měření výkonu P_{DU_S} analogových multimetrů DU 20 podle *simulačního modelu_2* lze napsat ve tvaru

$$P_{DU_S} = (2,8864 \pm 0,0965) \text{ W}$$

6.2.2 Digitální přístroje

Nepřímé měření výkonu odporové zátěže bylo realizováno různými typy digitálních multimetrů v obou zapojeních s cílem zjistit, jak se budou odlišovat výsledky simulací v závislosti na velikosti základní chyby měřicích přístrojů.

Základní chyby použitých digitálních multimetrů Agilent 34401, FLUKE 1577 a Metex M-3890 D ve funkci měření napětí nebo měření proudu jsou uvedeny v kapitole 4.3.1.

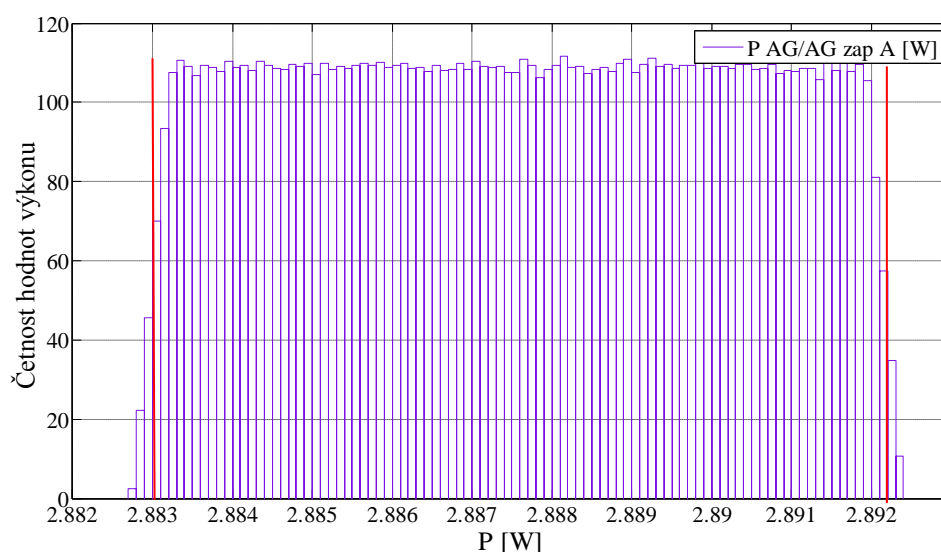
Nepřímé měření výkonu odporové zátěže digitálními multimetry Agilent 34401A .

Pro výpočet nejistot tohoto měření metodou Monte Carlo byly do vytvořeného skriptu *MMC. m.* implementovány tyto parametry:

- počet simulovaných hodnot $m = 10^6$,
- odhady \bar{u}_{AG} , \bar{i}_{AG} měřených veličin proudu a napětí:
 zapojení A: $\bar{u}_{AG} = 17,0729 \text{ V}$ $\bar{i}_{AG} = 0,1693 \text{ A}$
 zapojení B: $\bar{u}_{AG} = 16,9831 \text{ V}$ $\bar{i}_{AG} = 0,1693 \text{ A}$
- maximální odchylky měřených hodnot $z_{max \text{ AG } (U)} = 0,001368 \text{ V}$

$$z_{max \text{ AG } (I)} = 0,0002698 \text{ A}$$

Histogram četností simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu v zapojení A digitálními multimetry Agilent 34401A, kdy byl použit *simulační model_1* je na Obr. 6-4.



Obr. 6-4 Histogram četností simulovaných hodnot pro nepřímé měření s digitálními multimetry Agilent 34401A, simulační model_1

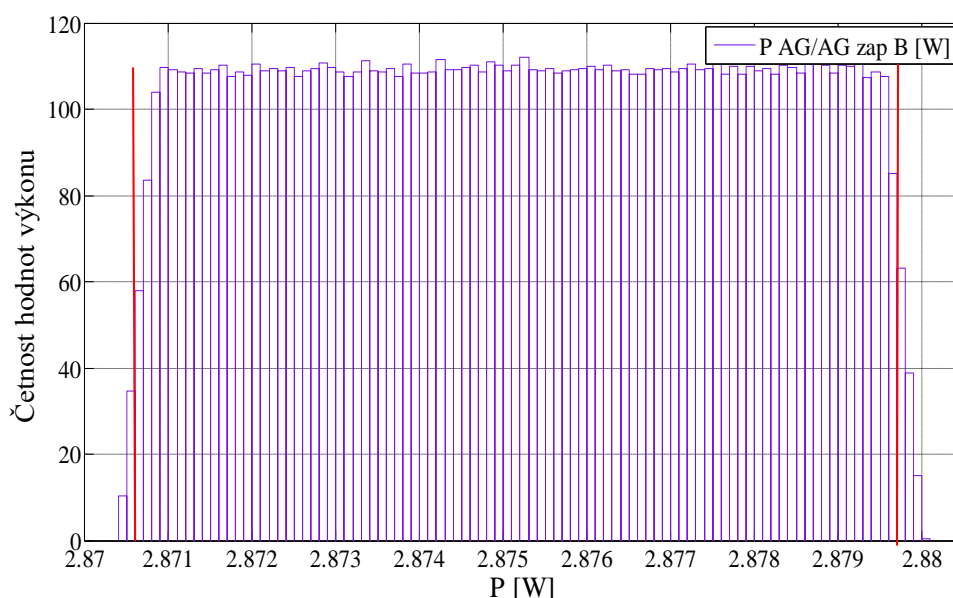
Ze simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu digitálními multimetry Agilent 34401A podle *simulačního modelu_1* byly vyhodnoceny tyto parametry:

- průměrná hodnota výkonu $\bar{P}_{AG_S} = 2,8876 W$
- minimální hodnota výkonu $P_{AGmin_S} = 2,8828 W$
- maximální hodnota výkonu $P_{AGmax_S} = 2,8924 W$
- přidružená nejistota výkonu $u(P_{AG_S}) = 0,0022$
- 95 % interval pokrytí $[P_{AGmin}, P_{AGmax}] = [2,8830 W, 2,8921 W]$

Výsledek simulací nepřímého měření výkonu P_{AG_S} digitálními multimetry Agilent 34401A podle *simulačního modelu_1* lze napsat ve tvaru:

$$P_{AG_S} = (2,8876 \pm 0,0045) W$$

Histogram četností simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu v zapojení B digitálními multimetry Agilent 34401A, kdy byl použit *simulační model_2* je na Obr. 6-5.



Obr. 6-5 Histogram četností simulovaných hodnot pro nepřímé měření s digitálními multimetry Agilent 34401A, simulační model_2

Ze simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu digitálními multimetry Agilent 34401A podle *simulačního modelu_2* byly vyhodnoceny tyto parametry:

- průměrná hodnota výkonu $\bar{P}_{AG_S} = 2,8752 W$
- minimální hodnota výkonu $P_{AG_{minS}} = 2,8704 W$
- maximální hodnota výkonu $P_{AG_{maxS}} = 2,8800 W$
- přidružená nejistota výkonu $u(P_{AG_S}) = 0,0022$
- 95 % interval pokrytí $[P_{AG-}, P_{AG+}] = [2.8707 W, 2.8797 W]$

Výsledek simulací nepřímého měření výkonu P_{AG_S} digitálními multimetry Agilent 34401A podle *simulačního modelu_2* lze napsat

$$P_{AG_S} = (2,8752 \pm 0,0045) W$$

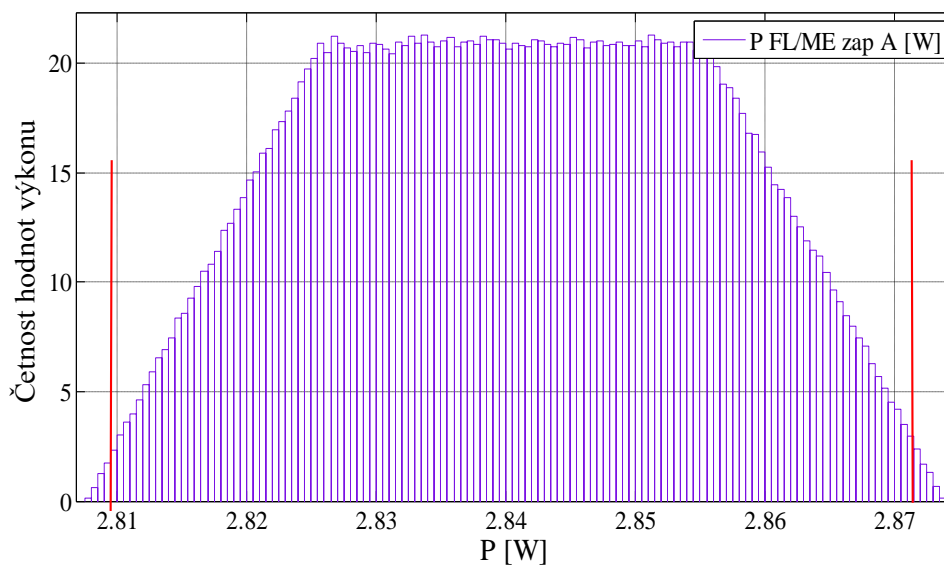
Nepřímé měření výkonu odporové zátěže digitálními multimetry Fluke1577, Metex M-3890D

Pro výpočet nejistot tohoto měření metodou Monte Carlo byly do vytvořeného skriptu *MMC.m.* implementovány tyto parametry:

- počet simulovaných hodnot $m = 10^6$,
- odhady u_{FL} , \bar{I}_{ME} měřených veličin proudu a napětí:

$$\begin{aligned}
\text{zapojení A: } u_{FL} &= 17,05 \text{ V} & i_{ME} &= 0,17 \text{ A} \\
\text{zapojení B: } u_{FL} &= 17,01 \text{ V} & i_{ME} &= 0,17 \text{ A} \\
\text{maximální odchylky měřených hodnot } z_{max \text{ FL}} &= 0,0541 \text{ V} \\
& & z_{max \text{ ME}} &= 0,00146 \text{ A}
\end{aligned}$$

Histogram četností simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu v zapojení A digitálními multimetry Fluke1577 ve funkci měření napětí, Metex M-3890D ve funkci měření proudu, kdy byl použit *simulační model_1* je na Obr. 6-6



Obr. 6-6 Histogram četností simulovaných hodnot pro nepřímé měření digitálními multimetry FLUKE 1577 a Metex M-3890 D, *simulační model_1*

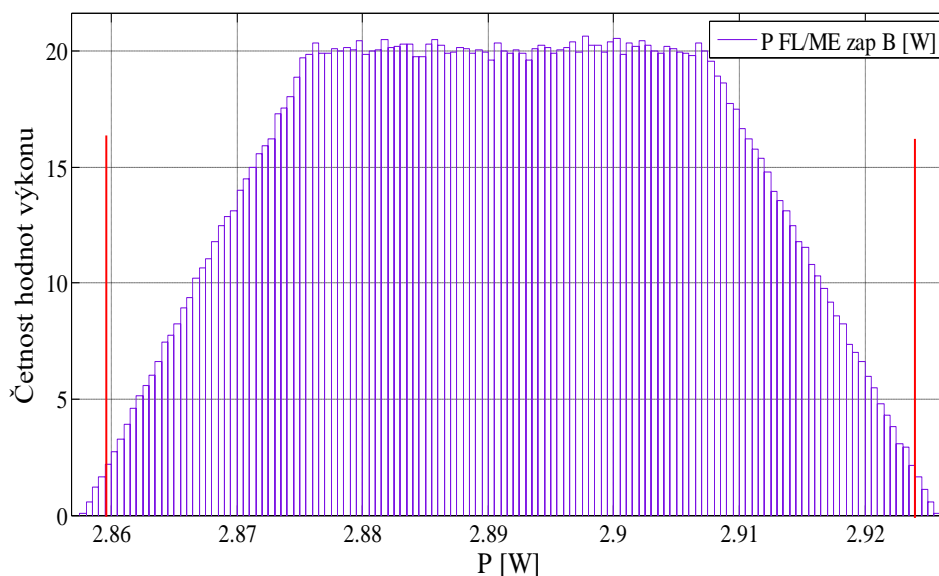
Ze simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu digitálními multimetry FLUKE 1577 a Metex M-3890 D podle *simulačního modelu_1* byly vyhodnoceny tyto parametry:

- průměrná hodnota výkonu $\bar{P}_{FL/ME_S} = 2,8407 \text{ W}$
- minimální hodnota výkonu $P_{FL/ME_S} = 2,8077 \text{ W}$
- maximální hodnota výkonu $P_{FL/ME_S} = 2,8737 \text{ W}$
- přidružená nejistota výkonu $u(P_{FL/ME_S}) = 0,0157$
- 95 % interval pokrytí $[P_{FL/ME-}, P_{FL/ME+}] = [2,8097 \text{ W}, 2,8717 \text{ W}]$

Výsledek simulací nepřímého měření výkonu P_{FL/ME_S} digitálními multimetry FLUKE 1577 a Metex M-3890 D podle *simulačního modelu_1* lze napsat ve tvaru:

$$P_{FL/ME_S} = (2,8407 \pm 0,0314) \text{ W}$$

Histogram četností simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu v zapojení A digitálními multimetry Fluke1577 ve funkci měření napětí, Metex M-3890D ve funkci měření proudu, kdy byl použit *simulačního modelu_2* je na Obr. 6-7



Obr. 6-7 Histogram četností simulovaných hodnot pro nepřímé měření digitálními multimetry FLUKE 1577 a Metex M-3890 D, *simulačního modelu_2*

Ze simulovaných hodnot nepřímého měření výkonu digitálními multimetry FLUKE 1577 a Metex M-3890 D podle *simulačního modelu_2* byly vyhodnoceny tyto parametry:

- průměrná hodnota výkonu $\bar{P}_{FL/ME_S} = 2,8917 W$
- minimální hodnota výkonu $P_{FL/ME_S} = 2,8578 W$
- maximální hodnota výkonu $P_{FL/ME_S} = 2,9257 W$
- přidružená nejistota výkonu $u(P_{FL/ME_S}) = 0,01612$
- 95 % interval pokrytí $[P_{FL/ME-}, P_{FL/ME+}] = [2.8597 W, 2.9237 W]$

Výsledek simulací nepřímého měření výkonu P_{FL/ME_S} digitálními multimetry FLUKE 1577 a Metex M-3890 D podle *simulačního modelu_2* lze napsat ve tvaru:

$$P_{FL/ME_S} = (2,8917 \pm 0,0320) W$$

6.3 Vyhodnocení výsledků

Byly provedeny simulace přímého a nepřímého měření výkonu odporové zátěže metodou Monte Carlo pro analogová i digitální měřidla a to pro oba možné způsoby zapojení měřidel.

Konkrétně se realizovaly v prostředí Matlab ve skriptu *MMC.m* simulace:

- přímého měření výkonu digitálním wattmetrem HM 8115-2,
- nepřímého měření výkonu analogovými multimetry DU 20,
- nepřímého měření výkonu digitálními multimetry Agilent 34401 A, FLUKE 1577, Metex M 3890-D

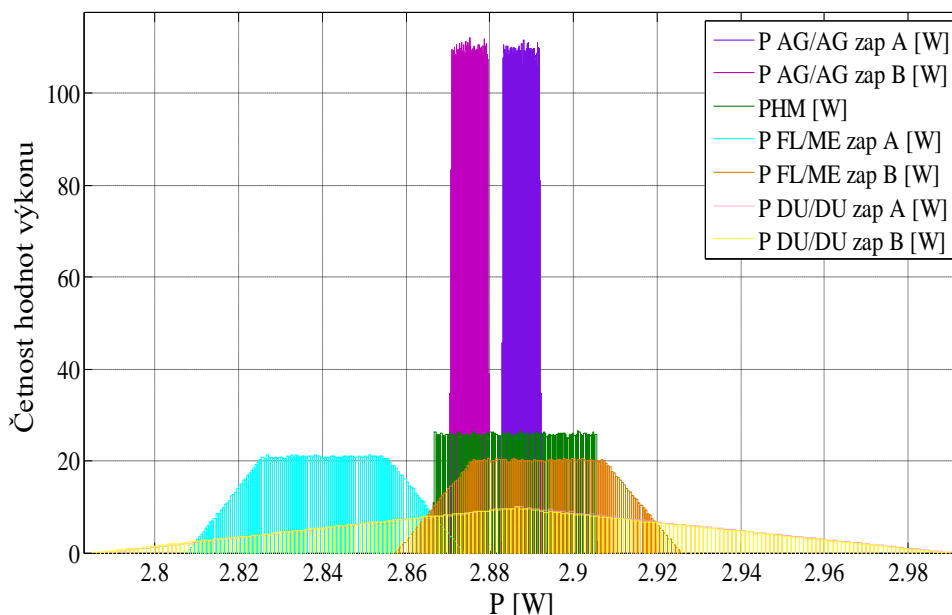
pro několik možných variant zapojení měřidel, tak aby se zjistili velikosti 95% intervalů pokrytí a mohly se vzájemně porovnávat jejich velikosti, viz Tab. 6-1

Tab. 6-1 Simulace měření výkonu, metoda Monte Carlo,

Simulace měření		\bar{P} [W]	95% interval pokrytí
Přímá	P_{HM}	2,8861	[2.8677 W,2.9045 W]
Nepřímá	Zapojení A	$P_{DU/DU}$	[2.7922 W,2.9846 W]
		$P_{AG/AG}$	[2.8830 W,2.8921 W]
		$P_{FL/ME}$	[2.8097 W,2.8717 W]
	Zapojení B	$P_{DU/DU}$	[2.7899 W,2.9829 W]
		$P_{AG/AG}$	[2.8707 W,2.8797 W]
		$P_{FL/ME}$	[2.8597 W,2.9237 W]

Grafická interpretace simulovaných hodnot měření výkonu ve výše uvedených variantách zapojení měřidel je znázorněná na Obr. 6-8. Pro jednotlivé varianty zapojení měřidel byly ze skriptu *MMC.m* vygenerovány histogramy četností simulovaných hodnot výkonu. Z hodnot četností lze určit, že nejvyšší přesnosti měření bylo dosaženo digitálními multimetry Agilent 34401 A u obou způsobů zapojení měřidel. Šířka intervalů výskytu simulovaných hodnot výkonu je významně užší a četnost hodnot vyšší ve srovnání s dalšími použitými digitálními respektive analogovými multimetry Fluke1577, METEX M-3890D , DU20. Střední hodnoty výkonu \bar{P} se vzájemně liší v závislosti na variantě zapojení měřidel, která byla zohledněna v odpovídajícím *simulačním modelu*.

Nejmenší přesnosti bylo dosaženo při simulaci měření výkonu analogovými multimetry DU 20 u obou způsobů zapojení měřidel. Intervaly simulovaných hodnot výkonu jsou mnohem širší a četnosti hodnot nižší ve srovnání s hodnotami dosaženými multimetry Agilent34401A, viz obr. 6-8



Obr. 6-8 Histogramy četností simulovaných hodnot výkonu

Z grafické interpretace histogramů četností a na základě porovnání šířek intervalů a vzájemného překrytí lze vyhodnotit kompatibilitu jednotlivých měření:

- Interval reprezentující simulaci přímého měření digitálním wattmetrem HM8115-2 je kompatibilní s ostatními simulacemi nepřímých měření, neboť jejich intervaly hodnot se překrývají.
- Nejužší vzájemné překrytí intervalů simulovaných hodnot vykazují nepřímá měření výkonu digitálními multimetry Fluke 1577, METEX M-3890D (*simulačního modelu_1*) a měření digitálními multimetry Agilent 34401A (*simulační model_2*). Tato měření lze vyhodnotit ještě jako vzájemně kompatibilní.
- Bez vzájemného překrytí intervalů simulovaných hodnot jsou měření výkonu digitálními multimetry Fluke 1577, METEX M-3890D (*simulačního modelu_1*) a měření digitálními multimetry Agilent 34401A (*simulační model_1*). Toto simulovaná měření výkonu nejsou kompatibilní.

7 POROVNANÍ DOSAŽENÝCH VÝSLEDKŮ

Výpočet nejistot měření výkonu na odporové zátěži $R = 100\Omega$ byl proveden podle metodických postupů GUM a metodou Monte Carlo.

Metoda GUM hodnotí standardní nejistoty typu A, typu B, ze kterých jsou vypočítány kombinované a rozšířené nejistoty $U(p)$ realizovaných měření. Metoda GUM vyhodnocuje výsledek měření rozšířenou nejistotu $U(p)$, která podle zvolené hodnoty koeficientu rozšíření k určuje šířku spolehlivostního intervalu. V případě volby $k=2$ představuje spolehlivostní interval pravděpodobnost 95%, že skutečná hodnota měřené veličiny se v tomto intervalu nachází.

Podle metody GUM bylo provedeno vyhodnocení nejistot měření výkonu analogovými i digitálními multimetry. Měření výkonu bylo provedeno přímou i nepřímou metodou. Postup měření, naměřené hodnoty a výpočty standardních nejistot uvedeny v kapitole 5. Konkrétní výsledky přímých a nepřímých měření výkonu v různých variantách zapojení a různými typy měřidel včetně rozšířených nejistot jsou uvedeny v kapitole 5.3.

Metoda Monte Carlo dostatečně vysokým počtem simulací měřených hodnot určí interval pokrytí, ve kterém se s 95% pravděpodobností nachází skutečná hodnota. Simulace měření výkonu odporové zátěže metodou Monte Carlo byly realizovány v programovém skriptu *MMC.m*.

Pro nepřímé měření výkonu byl sestaven *simulační model_1* a *simulační model_2*. Tyto simulační modely prezentují variantu zapojení přístrojů a chybu metody. Simulační postupy včetně výpočtů přidružených nejistot $u(P_s)$ a 95% intervalů pokrytí jsou uvedeny v kapitole 6.

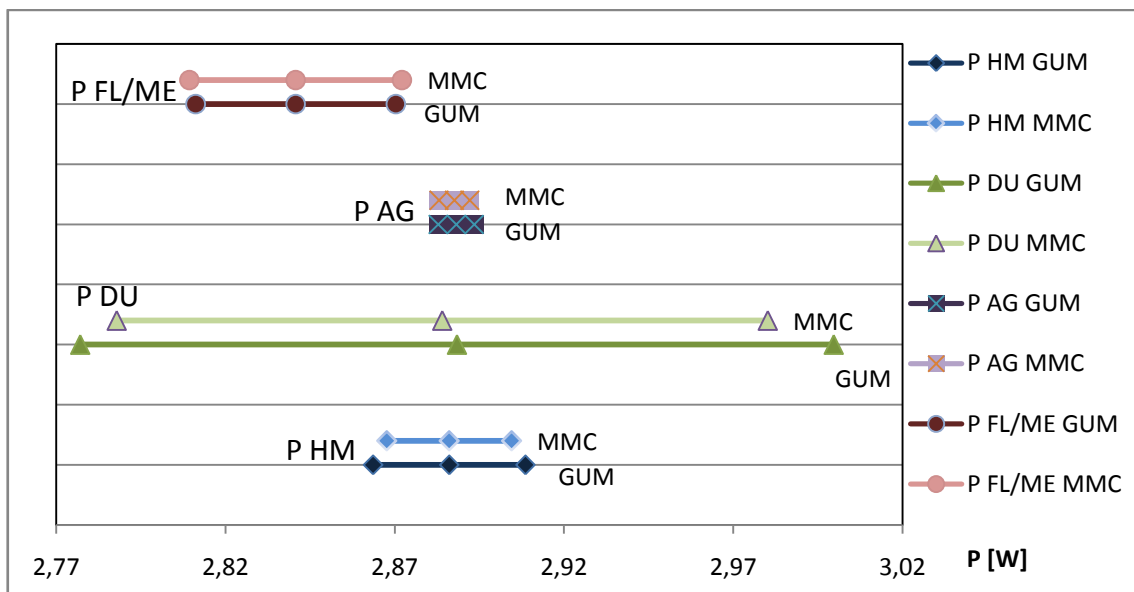
Obě aplikované metody GUM a Monte Carlo hodnotí velikosti nejistot daných měření a to na základě výsledných intervalů. Šířky těchto intervalů vypovídají o dosažených přesnostech výpočtů. Vypočítané výsledné nejistoty měření výkonu podle metody GUM jsou reprezentované rozšířenou nejistotou $U(p)$ a podle metody Monte Carlo 95% spolehlivostními intervaly. V Tab. č. 7-1. jsou v přehledu uvedeny dosažené výsledky všech realizovaných a simulovaných měření výkonu odporové zátěže.

Tab. č. 7-1 Výsledné nejistoty měření výkonu metodou GUM a MMC

Typ měření		Metoda	Metoda GUM		Metoda Monte Carlo	
			P [W]	$U(p)$ [W]	P_s [W]	95 %interval pokrytí
Přímá		P_{HM}	2,8861	$\pm 0,0225$	2,8861	[2.8677 W,2.9045 W]
Nepřímá	Zapojení A	$P_{DU/DU}$	2,8883	$\pm 0,1113$	2,8884	[2.7922 W,2.9846 W]
		$P_{AG/AG}$	2,8875	$\pm 0,0053$	2,8876	[2.8830 W,2.8921 W]
		$P_{FL/ME}$	2,8407	$\pm 0,0296$	2,8407	[2.8097 W,2.8717 W]
	Zapojení B	$P_{DU/DU}$	2,8864	$\pm 0,1110$	2,8864	[2.7899 W,2.9829 W]
		$P_{AG/AG}$	2,8749	$\pm 0,0053$	2,8752	[2.8707 W,2.8797 W]
		$P_{FL/ME}$	2,8916	$\pm 0,0306$	2,8917	[2.8597 W,2.9237 W]

Na Obr. 7-1 jsou následně graficky porovnány výsledky měření výkonu metodu GUM a Monte Carlo. Na základě porovnání šířek výše uvedených intervalů lze konstatovat:

- pro přímé měření výkonu wattmetrem HM 8115-2 mají oba intervaly téměř shodnou šířku, ale nepatrně přesnější je hodnocení výsledku měření metodou MMC,
- pro nepřímá měření výkonu ve všech variantních zapojeních přístrojů jsou dosaženy výrazně se nelišící šířky intervalů a tyto výsledky lze označit za rovnocenné,
- ve všech uvedených případech nepřímých měření jsou 95% intervaly pokrytí získané metodou Monte Carlo užší, a tudíž lze tyto výsledky označit za přesnější.



Obr. 7-1 Grafické zobrazení výsledků měření výkonu metodou GUM a MMC

8 ZÁVĚR

Tato bakalářská práce se zabývá výpočty nejistot měření metodickými postupy podle GUM a podle pravděpodobnostní metody Monte Carlo. Cílem práce bylo porovnat dosažené výsledky a zjistit, zda obě metody vyhodnocují nejistoty měření rovnocenně nebo se výsledky významněji odlišují.

Na začátku práce v úvodních kapitolách jsem obeznámil čtenáře se základními pojmy z oblasti nejistot měření. Aplikace postupů výpočtů standardních nejistot stále ještě není tak rozšířená jako vyjádření přesnosti měření pomocí absolutních a relativních chyb měření. Kvantifikace nejistot měření se uplatňuje zejména ve vrcholové metrologii.

Ve své práci vysvětlují základní principy při práci s nejistotami. V kapitole 2 popisují typy nejistot a způsob stanovení nejistoty typu A, typu B, kombinované a rozšířené nejistoty. V této kapitole dále popisují určení nejistot přímých a nepřímých měření a také vzájemné ovlivnění možných zdrojů nejistot, které je hodnoceno formou výpočtu kovariancí. V práci uvádím také různé způsoby zápisů nejistot.

V kapitole 3 bakalářské práce jsem obeznámil čtenáře s novou univerzální metodou Monte Carlo, která má využití ve více oblastech při simulaci experimentů, výpočet vícerozměrných integrálů atd. Popsal jsem teoreticky princip použití této metody a způsob aplikování.

V kapitole 4 bakalářské práce jsem teoreticky popsal měření stejnosměrného výkonu odporové zátěže přímým a nepřímým měřením pro různá zapojení měřicích přístrojů včetně výpočtů chyb metod.

Vlastní měření výkonu odporové zátěže jsem realizoval analogovými i digitálními měřidly různých typů v několika variantách zapojení s cílem porovnat výsledné hodnoty. Vyhodnocování standardních nejistot jsem provedl podle metodických postupů GUM a je uvedeno v kapitole 5 této práce. Pro výpočet nejistot měření výkonu jsem dále použil metodu Monte Carlo, dosažené výsledky jsou uvedeny v kapitole 6.

Celkové zhodnocení výsledků při výpočtech nejistot měření metodou GUM a Monte Carlo je analyzováno v kapitole 7 této bakalářské práce. Na základě realizovaných výpočtů nejistot měření mohu konstatovat, že použití a postupy metody Monte Carlo jsou jednodušší a rychlejší a to zejména v případě nepřímého měření. Není třeba realizovat složité výpočty koeficientů citlivosti a mnoho dalších mezivýpočtů pro

zjištění hodnoty výsledné nejistoty, jak je tomu v případě postupů metody GUM. Na druhé straně výpočet nejistot pomocí metody Monte Carlo vyžaduje sestavit věrný model měření, aby simulace měření odpovídaly skutečnému měření. Pro tuto metodu je nevyhnutné také použít kvalitní generátor náhodných čísel.

Výsledky získané metodou Monte jsou reprezentovány užšími 95% intervaly pokrytí oproti spolehlivostním intervalům, které dává metoda GUM v podobě rozšířených nejistot. Metodu Monte Carlo lze na základě tohoto porovnání označit za přesnější.

9 LITERATURA

- [1] Němeček, P.: *Nejistoty měření*. Praha 2008. 98 s. ISBN 978-80-02-02089-9
- [2] Tůmová, O.: *Metrologie a hodnocení procesů*. Praha 2009. 232 s. ISBN 978-80-7300-249-7
- [3] Boháček, J.: *Metrologie*. ČVUT Praha 2011. 128 s. ISBN 978-80-01-04839-9
- [4] Čejka, M.: *Stručný úvod do problematiky nejistot měření*. 7 s.
- [5] Palenčar, R., Vdoleček, F., Halaj, M.: *Nejistoty v měření I: vyjadřování nejistot*. AUTOMA. 2001, roč. 7, č. 7-8 s. 50-54. ISSN 1210-9592
- [6] Palenčar, R., Vdoleček, F., Halaj, M.: *Nejistoty v měření II: nejistoty přímých měření*. AUTOMA. 2001, roč. 7, č. 10, s. 52-56 ISSN 1210-9592
- [7] Palenčar, R., Vdoleček, F., Halaj, M.: *Nejistoty v měření III: nejistoty nepřímých měření*. AUTOMA. 2001, roč. 7, č. 12, s. 28-33 ISSN 1210-9592
- [8] Ludvík, V.: *Sborník technické harmonizace* 2005
- [9] Virius, M.: *Metoda Monte Carlo*. ČVUT Praha 2010. 233 s. ISBN 978-80-01-04595-4
- [10] Fabian, F., Kluiber, Z.: *Metoda Monte Carlo a možnosti jejích uplatnění*. Praha 1998. 152 s. ISBN 80-7175-058-1
- [11] Dřímál, J., Trunec, D.: *Úvod do metody Monte Carlo*. Brno 1989. 122s. ISBN 80-210-022-8
- [12] Bejček, L. a kol.: *Měření v elektrotechnice*.
- [13] Janíček, M.: *Vyhodnocování nejistot měření – Bakalářská práce*. Brno.: VUT FEKT, 2007

10 POUŽITÉ SYMBOLY A ZKRATKY

Symbol – veličina	Jednotka	Význam
u_A	Jednotka veličiny X	Standardní nejistota typu A veličiny X
u_B	Jednotka veličiny X	Standardní nejistota typu B veličiny X
u_c	Jednotka veličiny X	Kombinovaná stand. nejistota veličiny X
x_i	Jednotka veličiny X	Hodnota i -tého vzorku veličiny X
n, p, m	Počet	Počet měření, pozorování, zdrojů, veličin
\bar{x}	Jednotka veličiny X	Výběrový aritmetický průměr veličiny X
σ	Jednotka veličiny X	Směrodatná odchylka (rozptyl)
$s(x_i)$	Jednotka veličiny X	výběr. směrodatná odch. náh. výběru
$s(\bar{x})$	Jednotka veličiny X	výběr. směr. odch. výběrových průměrů
k_S	žádná	bezpečnostní faktor
χ	žádná	koeficient rozdělení pravděpodobnosti
$\pm \Delta Z_{JMAX}$	Jednotka veličiny X	maximální změny zdroje nejistoty
u_{BZJ}	Jednotka veličiny X	stand. nejistoty typ. B vel. X od zdroje Z_J
A_j, A_i	různá	součinitel citlivosti zdrojů
k	žádná	koeficient rozšíření
U	Jednotka veličiny X	rozšířená nejistota
X, Y	Jednotka veličiny X, Y	Obecná veličina X, Y
x, y	Jednotka veličiny X, Y	odhad hodnot veličiny X, Y
$u(y), u(x)$	Jednotka veličiny	Nejistota odhadu veličin X, Y

	X, Y	
$u(x_i, x_j)$	různá	Kovariance odhadu x_i a x_j
x_i, x_j	Jednotka veličiny X, Y	Odhady více veličin X
\bar{x}_i, \bar{x}_j	Jednotka veličiny X, Y	Aritmetický průměr odhadu
$u_A(x_i, x_j)$	různá	Kovariance typu A odhadu x_i a x_j ,
$u_B(x_i, x_j)$	různá	Kovariance typu B odhadu x_i a x_j ,
$r(x_i, x_j)$	žádná	Korelační koeficient odhadu zdrojů
$u_B(x_i)$	Jednotka veličiny X	Nejistota odhadu veličin X
A_q	různá	součinitel citlivosti
$u_q(x), u_q(y)$	Jednotka veličiny X, Y	příspěvek ke standardní nejistotě
P	[W]	výkon
U	[V]	napětí
I	[A]	Proud
Δ_X	Jednotka veličiny X	absolutní chyba
δ_X	[%]	relativní chyba
X_M	Jednotka veličiny X	hodnota udávaná přístrojem
X_R	Jednotka veličiny X	měřicí rozsah přístroje
δ_{TP}	[%]	třída přesnosti přístroje

11 SEZNAM PŘÍLOH

Příloha 1 Zdrojový kód pro simulaci	74
---	----

Příloha 1 Zdrojový kód pro simulaci

```
clc; clear all;
%% Power meter HM8115-2 ± (0.8% + 10 digits)
delHM = 0.005; % presnost nameranej hodnoty
dHM = 5; % pocet digitu
LHM = 0.001; % rozliseni posledniho digitu [W]
pHM = 2.8861; % namerana hodnota [W]
zmaxHM = (pHM*delHM)+(dHM*LHM); % max odch prist pri mereni vykonu
PHM = rand(1,1000000)*( (pHM+zmaxHM) - (pHM-zmaxHM) ) + (pHM-zmaxHM);

%% Analogovy pristroj DU 20
delDU = 0.01; % presnost pristroja
RaDU = 1; % odpor ampermetra DU 20
RvDU = 1590000; % odpor voltmetra DU 20
XuDU = 30; % rozah pristroja pro napeti [V]
zmaxuDU = XuDU*delDU; % max dovolena odch mer. pris. pro napeti
XiDU = 0.3; % rozah pristroja pro proudy [A]
zmaxiDU = XiDU*delDU; % max dovolena odch mer. pris. pro proud

% met A
uDUa = 17.24; % merana hodnota napeti [V]
UDUa = rand(1,1000000)*( (uDUa+zmaxuDU) - (uDUa-zmaxuDU) ) + (uDUa-zmaxuDU); % generovani hodnot dle presnosti
iDUa = 0.1692; % merana hodnota proudud [A]
IDUa = rand(1,1000000)*( (iDUa+zmaxiDU) - (iDUa-zmaxiDU) ) + (iDUa-zmaxiDU); % generovani hodnot dle presnosti
pDUa = UDUa.*IDUa-RaDU.*(IDUa.^2); % vypocet hodnot vykonu [W] dle met. A

% met B
uDUb = 17.03; % merana hodnota napeti [V]
UDUb = rand(1,1000000)*( (uDUb+zmaxuDU) - (uDUb-zmaxuDU) ) + (uDUb-zmaxuDU); % generovani hodnot dle presnosti
iDUb = 0.1695; % merana hodnota proudud [A]
IDUb = rand(1,1000000)*( (iDUb+zmaxiDU) - (iDUb-zmaxiDU) ) + (iDUb-zmaxiDU); % generovani hodnot dle presnosti
pDUb = UDUb.*IDUb-(UDUb.^2)./RvDU; % vypocet hodnot vykonu [W] dle met. B

%% Dig Agilent 34401 A
delMuAG = 0.000045; % presnost nameranej hodnoty napeti
delRuAG = 0.000006; % presnost rozsahu pristroja napeti
XuAG = 100; % rozsah napeti [V]
delMiAG = 0.001; % presnost nameranej hodnoty proudu
delRiAG = 0.0001; % presnost rozsahu pristroja proudu
XiAG = 1; % rozsah proudu [A]
RaAG = 0.1; % odpor ampermatra Agilent 34401 A
RvAG = 10000000; % odpor voltmetra Agilent 34401 A

% met A
uAGa = 17.0729; % namerana hodnota napeti [V]
iAGa = 0.1693; % namerana hodnota proudu [A]
zmaxuAGA = uAGa*delMuAG+XuAG*delRuAG; % max odch prist pri mer napeti
zmaxiAGA = iAGa*delMiAG+XiAG*delRiAG; % max odch prist pri mer proudu
```

```

UAGa = rand(1,1000000)*((uAGa+zmaxuAGa)-(uAGa-zmaxuAGa))+(uAGa-
zmaxuAGa); % generovani hodnot dle presnosti
IAGa = rand(1,1000000)*((iAGa+zmaxiAGa)-(iAGa-zmaxiAGa))+(iAGa-
zmaxiAGa); % generovani hodnot dle presnosti
pAGa = UAGa.*IAGa-RaAG.*(IAGa.^2);
% vypocet hodnot vykonu [W] dle met. A

% met B
uAGb = 16.9831; % namerana hodnota napeti [V]
iAGb = 0.1693; % namerana hodnota proudu [A]
zmaxuAGb = uAGb*delMuAG+XuAG*delRuAG;
zmaxiAGb = iAGb*delMiAG+XiAG*delRiAG;
UAGb = rand(1,1000000)*((uAGb+zmaxuAGb)-(uAGb-zmaxuAGb))+(uAGb-
zmaxuAGb); % generovani hodnot dle presnosti
IAGb = rand(1,1000000)*((iAGb+zmaxiAGb)-(iAGb-zmaxiAGb))+(iAGb-
zmaxiAGb); % generovani hodnot dle presnosti
pAGb = UAGb.*IAGb-(UAGb.^2)./RvAG;
% vypocet hodnot vykonu [W] dle met. B

%% Dig Fluke 1577
delMFL = 0.002; % presnost nameranej hodnoty
LuFL = 0.01; % rozliseni posledniho digitu
dFL = 2; % pocet digitu
XuFL = 60; % rozsah [V]
RvFL = 10000000; % odpor voltmetra FLUKE 1577

%% Metex M 3850
delMiME = 0.008; % presnost nameranej hodnoty
LiME = 0.0001; % presnost rozsahu pristroja
diME = 1; % pocet digitu
XiME = 0.4; % rozsah [A]
RaME = 2; % odpor ampermetra Metex M 3850

% met A
uFLa = 17.05; % merana hodnota napeti
zmaxFLa = (uFLa*delMFL)+(dFL*LuFL); % maximalni odchylka
pristroja pri mereni napeti
UFLa = rand(1,1000000)*((uFLa+zmaxFLa)-(uFLa-zmaxFLa))+(uFLa-zmaxFLa);
iMEa = 0.17; % namerana hodnota proudu
zmaxiMEa = (iMEa*delMiME)+(diME*LiME); % maximalni odchylka
pristroja pri mereni proudu
IMEa = rand(1,1000000)*((iMEa+zmaxiMEa)-(iMEa-zmaxiMEa))+(iMEa-
zmaxiMEa);
pFLMEa = UFLa.*IMEa-RaME.*(IMEa.^2); % vypocet hodnot vykonu [W]

% met B
uFLb = 17.01; % merana hodnota napeti
zmaxFLb = (uFLb*delMFL)+(dFL*LuFL); % maximalni odchylka
pristroja pri mereni napeti
UFLb = rand(1,1000000)*((uFLb+zmaxFLb)-(uFLb-zmaxFLb))+(uFLb-zmaxFLb);
iMEb = 0.17; % namerana hodnota proudu
zmaxiMEb = (iMEb*delMiME)+(diME*LiME); % maximalni odchylka
pristroja pri mereni proudu
IMEb = rand(1,1000000)*((iMEb+zmaxiMEb)-(iMEb-zmaxiMEb))+(iMEb-
zmaxiMEb);
pFLMEb = UFLb.*IMEb-(UFLb.^2)./RvFL; % vypocet hodnot vykonu [W]

```